

# Die Kraftgesetze der Elektrodynamik

H. Hauptmann, F. Herrmann

Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

## 1. Einleitung

Das etwas allgemeinere Thema „Die Kraftgesetze der Elektrodynamik“ wird hier an Hand des Spezialfalls der Elektrostatik erläutert. Für die Magnetostatik gelten aber analoge Beziehungen und Gesetze und wir erhalten z.B. für die Kräfte zwischen Magnetpolen oder zwischen elektrischen Leitern in denen ein Strom fließt ähnliche Ausdrücke.

In der Elektrostatik gibt es drei unterschiedliche Typen von Kraftgesetzen. Sie haben einen unterschiedlichen Bekanntheitsgrad und verschiedene Bedeutung in Praxis und Lehre. Wir wollen diese drei Gesetze vorstellen und ihre verschiedenen Gültigkeitsbereiche angeben. Dazu gehen wir jeweils von zwei geladenen Körpern aus und untersuchen die dabei auftretenden Kräfte. Die in den Formeln auftretenden Indizes 1 und 2 beziehen sich auf die Ladung oder das Feld der beiden betrachteten Körper.

1. Das erste Gesetz ist das Coulombgesetz:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$$

Es verknüpft die beiden Ladungen miteinander und liefert einen Ausdruck für die Kraft zwischen den Körpern. Das Coulombgesetz ist gültig für Punktladungen, oder genauer, solange die räumliche Ausdehnung der geladenen Körper klein gegen ihren Abstand ist.

2. Das zweite Gesetz hat keinen eigenen Namen, man könnte es aber mit den Stichworten „Ladung im Feld“ charakterisieren:

$$\vec{F} = Q_1 \cdot \vec{E}_2$$

Es liefert einen Ausdruck für die Kraft auf den einen geladenen Körper im elektrischen Feld der zweiten Ladung. Es gilt für beliebig verteilte Ladungen im homogenen elektrischen Feld oder für Punktladungen im inhomogenen Feld. D.h. es gilt, solange die Ausdehnung der Ladung  $Q$  klein ist gegen die Inhomogenität der Feldstärke  $\vec{E}$ .

3. Die maxwellschen Spannungen:

$$\sigma = \frac{|\vec{F}|}{A} = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}|^2 = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2$$

Die sogenannten maxwellschen Spannungen sind eigentlich kein Kraftgesetz. Statt einer Kraft auf einen Körper werden die mechanischen Spannungen im elektrischen Feld angegeben. Es handelt sich dabei um einen Tensor, von dem wir nur die einfachen Ausdrücke in Feldrichtung und senkrecht dazu verwenden. Der obige Ausdruck gibt dabei die Beträge der Zugspannung in Feldrichtung und der Druckspannung quer dazu an. Diese Beziehung ist allgemein gültig, sie ist eine lokale Aussage.

In jedem der drei Gesetze werden jeweils Feld oder Ladung eines Körpers mit dem Feld oder der Ladung eines zweiten Körpers verknüpft.

Im Prinzip sind sie äquivalent zueinander. Jedes Problem der Elektrostatik kann mit jedem dieser drei Gesetze gelöst werden und man kann sie auseinander herleiten. Trotzdem haben sie, sowohl in der Lehre, als auch in der praktischen Anwendung, sehr unter-

schiedliche Bedeutung. Im folgenden wollen wir sie in dieser Hinsicht analysieren und bewerten, zunächst mit Blick auf ihre Rolle im Aufbau der Elektrodynamik, anschließend bezüglich der Frage welche praktischen Probleme sich jeweils mit ihnen lösen lassen.

## **II .Didaktisch-begriffliche Analyse**

Das Coulombgesetz enthält nur Ladungen, d.h. Quellen des elektrischen Feldes, macht aber keine Aussagen über das Feld selbst. Die Vorstellung des elektrischen Feldes wird überhaupt nicht benötigt. Es macht eine Aussage über Kräfte auf räumlich voneinander entfernte Körper und erfordert eine große sprachliche Sorgfalt des Lehrers, damit nicht das Konzept einer Fernwirkungstheorie vermittelt wird.

Dem Coulombgesetz stehen die maxwellschen Spannungen gegenüber. Dieser Ausdruck ist eine typische Gleichung für eine lokale Feldtheorie. Hier kommen die Quellen des Feldes überhaupt nicht vor. Die maxwellschen Spannungen machen eine lokale Aussage über das elektrische Feld und verwenden dabei, daß sich die Feldstärken verschiedener Ladungen (Quellen des Feldes) vektoriell zu einem resultierenden Feld addieren. Das Gesetz verknüpft die mechanische Spannung (d.h. die Kraft pro Fläche) mit dem tatsächlich vorhandenen Feld. Es hilft so, eine gute Anschauung vom Feld zu vermitteln und paßt dadurch zur nahewirkungstheoretischen Sichtweise der modernen Physik.

Zum Schluß zum zweiten Kraftgesetz: „Ladung im Feld“. Es wurde als letztes aufgegriffen, da es sich um einen merkwürdigen Zwitter der anderen beiden handelt. Einer der wechselwirkenden Partner ist hier die Ladung, d.h. die Quelle des Feldes, der andere das Feld. Dieses Gesetz ist begrifflich am schwierigsten und bei der Behandlung im Unterricht ist große Vorsicht angebracht. Um die Kraft auf die elektrische Ladung zu bestimmen, muß man hier das elektrische Feld verwenden, das man ohne eben diese Ladung vorfindet. Das tatsächlich vorhandene Feld mit dieser Ladung sieht ganz anders aus und ist im allgemeinen sehr kompliziert. Dieses Gesetz wird üblicherweise verwendet um das elektrische Feld einzuführen und die elektrische Feldstärke zu definieren. Das Feld wird vorgestellt als das Raumgebiet, in dem Kräfte auf geladene Körper wirken. Die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  erscheint dabei als mathematische Hilfsgröße, als Rechengröße. Wir verwenden dieses Gesetz im Karlsruher Physikkurs nicht zur Einführung der elektrischen Feldstärke, sondern benutzen die Beziehung  $|\vec{E}| = U/d$ . (vgl. „Die Einführung der elektrischen und magnetischen Feldstärke in der Sekundarstufe II“, F. Herrmann, Abt. Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe).

Zusammengefaßt führt uns die didaktische Analyse zu folgendem Urteil über die Bedeutung der verschiedenen Kraftgesetze für die Lehre:

In einem modernen Unterricht, dem selbstverständlich die Feldvorstellung zugrundeliegt, muß die Vermittlung einer konkreten Anschauung vom Feld ein wichtiges Ziel sein. Der Lernende soll das elektrische - und natürlich auch das magnetische - Feld als physikalisches System kennenlernen. Die unbeabsichtigte Vermittlung fernwirkungstheoretischer Denkkonzepte bei den Schülern soll vermieden werden. Daher sollten die maxwellschen Spannungen in den Unterricht aufgenommen werden und dort eine wichtige Rolle spielen. Im neuen Oberstufenkurs des Karlsruher Physikkurses ist dies der Fall. Zwar können und werden auch die anderen beiden Kraftgesetze im Unterricht behandelt, denn in Hinsicht auf die praktische Anwendung haben sie ihre Berechtigung wie der nächste Abschnitt zeigen wird. Dabei muß aber, vor allem beim zweiten, mit größter Sorgfalt vorgegangen werden.

### III .Praktische Analyse

Das Urteil fällt ganz anders aus, wenn es um die praktische Berechnung tatsächlicher Probleme geht. Dabei spielt die begriffliche Ästhetik keine Rolle. Vielmehr geht es um die Nützlichkeit der verschiedenen Gleichungen bei der Lösung von Problemen.

Die praktische Analyse zeigt, daß es für jedes der drei Gesetze eine Klasse von „passenden“ Problemen gibt, die mit dem entsprechenden Gesetz einfach zu lösen sind, während die Lösung mit den anderen Gesetzen kompliziertere Rechnungen erfordert. Insbesondere gibt es schulische Standardfragen, die bisher nur schwer zu behandeln waren, mit den maxwellschen Spannungen aber sehr einfach werden.

Das soll an drei typischen Schulproblemen kurz erläutert werden:

1. Kraft zwischen zwei Punktladungen (Abb. 1):

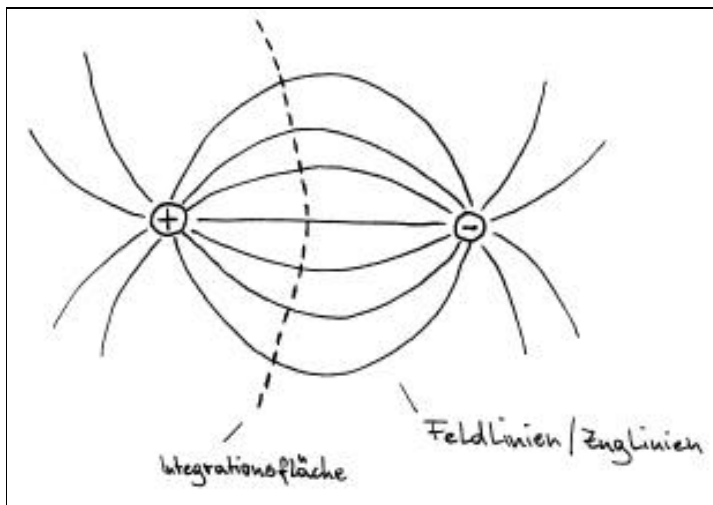


Abb. 1

Diese Frage ist mit dem Coulombgesetz sehr einfach zu beantworten. Einsetzen der beiden Ladungen in die Formel liefert direkt das Ergebnis  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$ . Auch mit

dem zweiten Gesetz, „Ladung im Feld“, ist dieses Problem noch einfach zu lösen, wenn man die Formel für die elektrische Feldstärke um eine Punktladung verwendet. Mit  $\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r$  und  $\vec{F} = Q_1 \cdot \vec{E}_2$  erhält man dasselbe Ergebnis. Die Anwendung der

maxwellschen Spannungen erfordert dagegen eine wesentlich aufwendigere Rechnung, genauer eine Integration über eine beliebige Hüllfläche um eine der Ladungen.

2. Elektron zwischen Ablenkplatten (Abb. 2):

Hier liegt die Trennung in Feld und Probeladung nahe, und das zweite Gesetz ist für dieses Problem maßgeschneidert. Allerdings sieht man hier exemplarisch die oben angesprochene Komplikation. Das Feld ohne die Probeladung ist sehr einfach (Abb. 2), das tatsächlich vorhandene Feld mit der Probeladung aber sehr kompliziert (Abb. 3).

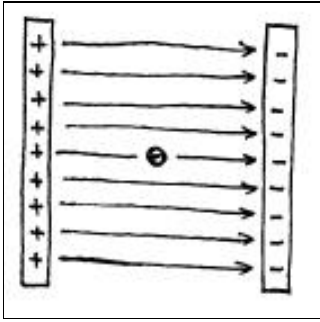


Abb. 2

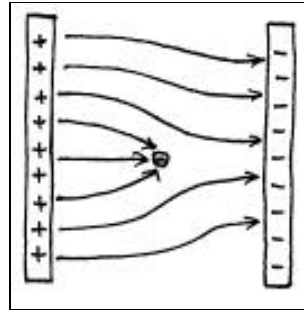


Abb. 3

Eine Anwendung des Coulombgesetzes ist aufwendig, da über die ausgedehnte Ladungsverteilung auf den Platten integriert werden muß. Bei den maxwellschen Spannungen muß zunächst das tatsächlich vorhandene Feld bestimmt werden und über eine geschlossene Fläche um das Elektron integriert werden.

3. Kraft zwischen den Platten eines Plattenkondensators (Abb. 4):

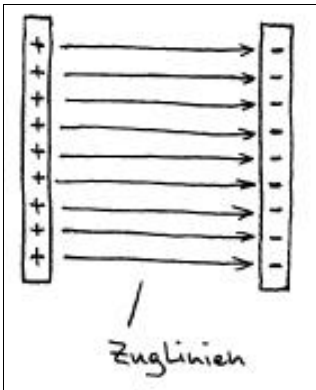


Abb. 4

Hier ist das resultierende elektrische Feld sehr einfach, und daher auch die Lösung mit Hilfe der maxwellschen Spannungen. Man erhält als Lösung das Produkt der mechanischen Spannung mit der Querschnittsfläche, bzw. Plattenfläche:  $F = \sigma \cdot A = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 \cdot A$ .

Zusätzlich erhält man sogar noch eine Aussage über die Kräfteverteilung, d.h. über die Verteilung der Impulsströme im Feld. Mit den anderen beiden Gesetzen ist wieder eine Integration notwendig: beim Coulombgesetz eine doppelte Integration über die Ladungsverteilung beider Platten, beim anderen über die Ladungsverteilung der einen Platte im Feld der anderen. In der Schulphysik wird dieses Problem manchmal auch über einen Vergleich der beim Auseinanderziehen des Kondensators in ihm gespeicherten Energie mit der zum Auseinanderziehen notwendigen Arbeit gelöst.

Insgesamt sieht man, daß aus praktischen Gesichtspunkten keines der Gesetze bevorzugt werden kann. Vielmehr ist es sinnvoll, sich das zum jeweiligen Problem maßgeschneiderte Gesetz herauszusuchen und anzuwenden.