

Beschreibung von Schwingungen mit mengenartigen Größen

H. Hauptmann, F. Herrmann

Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Einleitung

Im Unterricht zum Thema Schwingungen sollten die verschiedenen Arten von Schwingungen gleichberechtigt nebeneinander dargestellt werden. Dann erscheinen zum Beispiel mechanische und elektrische Schwingungen einfach als verschiedene Realisierungen desselben Phänomens.

Was versteht man unter einer Schwingung? Eine typische Definition lautet etwa so: „Kennzeichen einer Schwingung ist die zeitlich periodische Änderung einer physikalischen Zustandsgröße des betrachteten Systems“.¹

Hält man sich streng an diese Definition, so ist z. B. die jährliche Bewegung unserer Erde um die Sonne ein Paradebeispiel für eine Schwingung, denn eine gleichmäßigere und periodischere Bewegung findet man kaum.

Für einen gedämpften Schwingkreis oder ein gedämpftes Federpendel dagegen, ist die Definition gar nicht erfüllt, denn der zeitliche Verlauf ist nicht periodisch.

Die Definition hat also den Nachteil, daß einerseits Phänomene eingeschlossen werden, die man gar nicht als Schwingung bezeichnen möchte, und andererseits vieles, was man auf jeden Fall unter Schwingung verstehen will, nicht erfaßt wird.

Charakterisierung von Schwingungen mit extensiven Größen

Um diesem Dilemma zu entgehen, schlagen wir vor, Schwingungen mit Hilfe extensiver (d.h. mengenartiger) Größen zu charakterisieren. Wir verwenden zur Beschreibung von Schwingungen immer eine für das betrachtete System „charakteristische“ mengenartige Größe, z.B. Impuls, Drehimpuls oder elektrische Ladung. Jedes in unserem Sinne schwingungsfähige System zeichnet sich dadurch aus, daß es zwei Speicher für die charakteristische mengenartige Größe hat. Zwischen diesen „schwappt“ etwas von dieser Größe hin und her.

Dies ermöglicht es, bei der Untersuchung einer Schwingung die selbstverständliche Frage zu stellen: „Was schwingt denn eigentlich?“

Im Verlauf einer weiterführenden Untersuchung kann man dann fragen: „Wie schwingt es, was für einen zeitlichen Verlauf hat die Schwingung?“, und „Welches sind die Speicher zwischen denen die charakteristische Größe hin- und herpendelt?“

In jedem in unserem Sinne schwingenden System, gibt es zwei Speicher und zu Anfang eine gewisse Menge der charakteristischen Größe, die zwischen den beiden Speichern hin- und herpendelt. Manchmal hört dieses Pendeln im Laufe der Zeit aufgrund von Reibung (also Dissipation) langsam auf, d.h. die pendelnde Menge wird immer kleiner. Es stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem sich am Ende die Menge der charakteristischen Größe auf eine ganz bestimmte Weise auf die beiden Speicher verteilt hat. Auf dem Wege zu diesem Gleichgewicht wird die maximal mögliche Entropiemenge erzeugt. Diese Aussage ist äquivalent zur Feststellung, daß das System maximal Energie abgegeben hat und sich nun in einem energieminierten Zustand befindet.

¹ Lexikon Technik und exakte Naturwissenschaft, S. 2640, Fischer Taschenbuch Verlag 1972

Man sieht, daß auch gedämpfte Schwingungen - denn genau um solche handelt es sich ja im eben geschilderten Fall - in diesem Bild als Schwingung erfaßt werden. Die gedämpfte Schwingung ist sogar der natürlichere Fall einer Schwingung. Der reibungsfreie Fall, bei dem für alle Zeiten dieselbe Menge zwischen den Speichern pendelt, ist also eine Idealisierung.

Die Energie

Bei unserer Aufzählung der charakteristischen mengenartigen Größen hatten wir die Energie nicht genannt. Die Energie spielt nun bei allen Schwingungstypen eine Rolle. Bei allen Schwingungsvorgängen, die wir untersuchen, betrachten wir neben der charakteristischen extensiven Größe noch die Energie. Auch für die Energie werden Bilanzen aufgestellt, und es werden die Energiespeicher identifiziert. Genauso wie für die charakteristische mengenartige Größe gibt es auch für die Energie Speicher zwischen denen sie hin- und herpendelt. Im allgemeinen sind aber die Energiespeicher nicht mit den Speichern der charakteristischen extensiven Größe identisch. Bei einem Fadenpendel beispielsweise sind die beiden Impulsspeicher der Pendelkörper und die Erde. Die Energiespeicher sind der Pendelkörper und das Gravitationsfeld. (Man sagt, die Energie sei gespeichert als kinetische bzw. als potentielle Energie.)

Ein weiteres Charakteristikum schwingungsfähiger Systeme ist die Frequenz der zugehörigen Schwingung. Die Energieschwingung hat gerade die doppelte Frequenz der Schwingung der charakteristischen Größe. Der Grund dafür ist, daß der Energieinhalt der Speicher nicht das Vorzeichen wechseln kann, so daß das System energetisch bereits nach einer halben Periode der Schwingung wieder denselben Zustand erreicht hat.

Folgerungen

Aus dieser Art der Darstellung von Schwingungen ergeben sich einige Konsequenzen für den Unterricht. So führt die zentrale Rolle des Impulses bei mechanischen Schwingungen zwangsläufig zu einer Beschreibung mit den Mitteln der Dynamik statt denen der Kinematik. Neben der Energie stehen die Größen Impuls, Geschwindigkeit und Kraft im Mittelpunkt, die Ortsfunktion hat im Vergleich mit diesen Größen eine geringere Bedeutung.

Auch hat bei uns der Spezialfall der harmonischen Schwingung eine geringere Bedeutung als beim traditionellen Vorgehen.

Der Unterricht

Nachdem zunächst mit den Schülern der Grundgedanke der Schwingungen, d.h. das Pendeln einer bestimmten Menge irgendeiner mengenartigen Größe zwischen zwei verschiedenen Speichern mit Hilfe von Beispielen erarbeitet worden ist, werden einige für die Schule typische Schwingungsvorgänge ausführlicher behandelt. Dazu werden bei jedem Beispiel die folgenden Fragen gestellt:

– Die charakteristische mengenartige Größe

Welches ist die charakteristische mengenartige Größe? Wie lautet die Bilanz dieser Größe? Wie ist der zeitliche Verlauf? Zwischen welchen Speichern pendelt die Größe?

– Die Energie

Welches sind die Energiespeicher? Wie lautet die Energiebilanz? Wie groß ist der Einfluß der Dämpfung? Welcher Energieanteil wird pro Schwingung dissipiert?

– Die Schwingungsdauer

Hat die Schwingung eine charakteristische Frequenz? Wovon hängt die Frequenz ab? Und wovon nicht?

Eines der behandelten Beispiele ist das Federpendel, Abb. 1: Zwei Körper sind durch eine Feder verbunden. Wir verwenden die waagerechte Realisierung auf der Luftkissenbahn, um nicht das Gravitationsfeld als weiteren Energiespeicher berücksichtigen zu müssen.

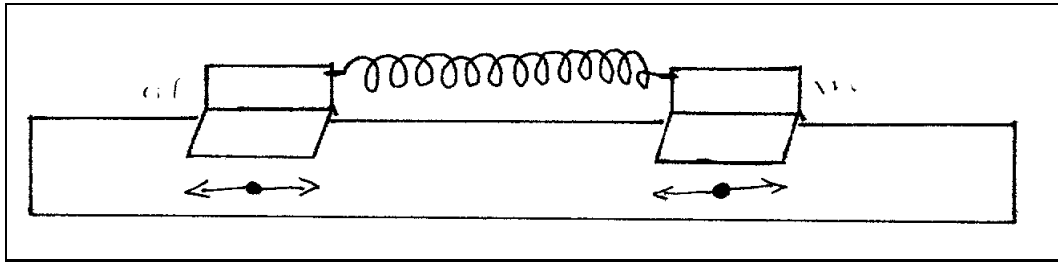


Abbildung 1: Zwei Gleiter mit Zug-/Druckfeder auf der Luftkissenbahn

Die mengenartige Größe, die zwischen zwei Speichern hin- und herpendelt, ist der Impuls. Impulsspeicher sind die beiden Gleiter. Man hätte ein Federpendel auch so realisieren können, daß das eine Ende der Feder fest mit der Bahn verbunden ist. Dann wäre einer der Impulsspeicher die Erde. Da die Erde aber ihre Geschwindigkeit nicht ändert, ist ihre Beteiligung am Schwingungsvorgang nur schwer zu erkennen. Wir ziehen daher die Anordnung mit zwei Gleitern vor.

Mißt man die Geschwindigkeit, und damit den Impuls der Gleiter, so erkennt man den zeitlich sinusförmigen Verlauf der Impulsschwingung. Zwischen den Gleitern pendelt Impuls so hin und her, daß sie in jedem Augenblick den gleichen Impulsbetrag mit entgegengesetztem Vorzeichen haben.

Nach der Impulsbilanz wird die Energiebilanz diskutiert. Die Energiespeicher sind zum einen die beiden Gleiter, und zum anderen die Feder zwischen ihnen. Die Energiemenge, die in dem einen der beiden Gleiter sitzt, ist in jedem Augenblick gleich der im anderen. Wir haben also hier ein Beispiel für eine Schwingung mit drei Energiespeichern. Die Reibung spielt auf der Luftkissenbahn nur eine kleine Rolle. Pro Schwingungsperiode geht nur ein sehr kleiner Anteil der Energie verloren. Wartet man aber lange genug, so ist am Ende doch alle Energie aus dem Schwinger herausgeflossen.

Die Schwingungsdauer ist nur von den Gleitermassen und der Federkonstante abhängig, aber unabhängig von der schwingenden Impuls- und Energiemenge.

Der elektrische Schwingkreis

Im Anschluß an die Beispiele für mechanische Schwingungen wird im Unterricht der Aufbau des elektrischen Schwingkreises erarbeitet. Dabei gehen wir von der Forderung aus, daß statt des Impulses die elektrische Ladung schwingen soll.

Nach dem vorangegangenen ist klar, daß man dazu zwei Speicher für elektrische Ladung braucht. Solche Speicher sind den Schülern schon bekannt: Kondensatoren. Es genügt ein einziger Kondensator, denn mit den beiden Platten hat man die beiden notwendigen Ladungsspeicher. Damit die Ladung zwischen den beiden Speichern fließen kann, verbinden wir die Platten miteinander (Abb. 2a).

Man sieht aber leicht, daß es so noch nicht funktionieren kann. Gibt man Ladung auf die Platten (notwendigerweise gleiche Mengen mit entgegengesetztem Vorzeichen), so gleicht sie sich einfach aus, aber es schwingt nichts.

Allerdings wurde bisher die Energie noch nicht betrachtet. Wir wollen das nachholen. Einen Energiespeicher haben wir schon: Solange auf dem Kondensator Ladung sitzt, ist im elektrischen Feld zwischen den Platten Energie gespeichert. Ist die Ladung aber abgeflossen, so ist die Energie weg. Offensichtlich braucht man einen zweiten Speicher, in dem die Energie deponiert werden kann, wenn der Kondensator gerade entladen ist.

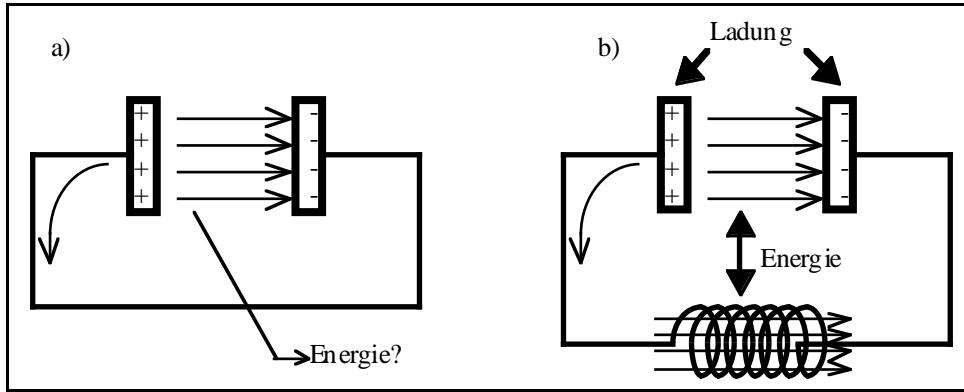


Abbildung 3: Zur Entwicklung des Aufbaus des elektrischen Schwingkreises, genauere Erläuterungen im Text

Dieser Speicher muß gerade dann Energie enthalten, wenn ein elektrischer Strom von der einen zur anderen Platte fließt. Es gibt nun ein elektrisches Bauteil, in dem Energie gespeichert ist, solange ein elektrischer Strom fließt: eine Spule. Fließt ein Strom durch eine Spule, so befindet sich im Inneren ein magnetisches Feld, in dem Energie gespeichert ist. Durch Einbau einer Spule in den Schwingkreis erhält man so eine Schwingung von elektrischer Ladung. Die Ladung schwingt zwischen den Kondensatorplatten hin und her, die Energie zwischen dem elektrischen Feld im Kondensator und dem magnetischen Feld in der Spule (Abb. 3b).

Fazit

Die Charakterisierung von Schwingungen mit mengenartigen Größen, genauer durch das Hin- und Herpendeln einer Portion der extensiven Größe zwischen zwei Speichern, ermöglicht es, die verschiedensten Schwingungsphänomene unter einem einheitlichen Aspekt zu betrachten. Ungedämpfte und gedämpfte Schwingungen, mechanische und elektrische Schwingungen haben so eine ähnliche Struktur.