

Landeslehrerprüfungsamt
Außenstelle beim Oberschulamt Karlsruhe
Staatliches Seminar für Schulpädagogik Karlsruhe

Zweite Staatsprüfung für die Laufbahn des höheren
Schuldienstes an Gymnasien, Kurs 2001-2003

Schriftliche Arbeit im Fach Physik

Harmonische Analyse mit dem Computer als Werkzeug der Schwingungslehre im Grundkurs 12

Von: Dr. Holger Hauptmann

Fachleiter: StD D. Prestenbach

Karlsruhe, September 2002

Versicherung:

Ich versichere, dass ich diese schriftliche Prüfungsarbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt habe und dass ich alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, durch Angeben der Quellen als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

Karlsruhe, den 1. September 2002

Im Falle der Aufbewahrung meiner Arbeit im Archiv des Seminars für Schulpädagogik bzw. im Staatsarchiv erkläre ich mein Einverständnis, dass die Arbeit anderen Benutzern zugänglich gemacht werden kann.

Karlsruhe, den 1. September 2002

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung.....	2
2. Vorbetrachtung: Didaktik, Methodik, Fachwissenschaft.....	4
2.1 Voraussetzungen für den Unterricht.....	4
2.1.1 Beschreibung des Grundkurses.....	4
2.1.2 Der vorangegangene Unterricht: Grundlagen der Schwingungslehre	4
2.2 Didaktische Reduktion: Überblick über den geplanten Unterrichtsgang	6
2.2.1 Erzwungene Schwingungen und Resonanz (Stunden 1 – 4).....	6
2.2.2 Das Werkzeug der harmonischen Analyse (Stunden 5 – 6).....	6
2.2.3 Anwendungen der harmonischen Analyse (Stunden 7 – 12)	7
2.3 Fachwissenschaftliche Diskussion	8
2.3.1 Charakterisierung der Resonanz mit Hilfe der Energie	8
2.3.2 Mathematische Grundlagen der harmonischen Analyse.....	10
2.3.3 Die harmonische Analyse diskreter Messwerte.....	11
2.4 Experimentelle Voraussetzungen.....	12
2.4.1 VideoCom und VideoCom-Software zur berührungslosen Bewegungserfassung	12
2.4.2 Das CASSY-System (Sensor- und Power-CASSY, Software CASSY-Lab).....	13
3. Unterrichtsverlauf.....	14
3.1 Erzwungene Schwingungen und Resonanz (1./2. Stunde)	14
3.2 Resonanzkurven (3./4. Stunde)	15
3.3 Einführung der harmonischen Analyse (5./6. Stunde)	18
3.4 Anwendungen I: Gekoppelte Schwinger (7./8. Stunde).....	20
3.5 Anwendungen II: Akustik (9. Stunde).....	24
3.6 Anwendungen III: Elektro-magnetische Wellen (10./11. Stunde).....	25
3.7 Klassenarbeit (12. Stunde).....	27
4. Schlussbetrachtung.....	28
5. Literaturverzeichnis.....	30
6. Anhang.....	31
6.1 Die Klassenarbeit	31
6.2 Übersichtsfolie Detektorradio	32
6.3 Akustik / elektromagnetische Wellen (Ergänzung zum Skript).....	33

1. Einleitung

Diese pädagogische Arbeit beschreibt einen Unterrichtsgang zur Einführung der harmonischen Analyse im Physikunterricht der Oberstufe. Er wurde im Rahmen der Schwingungslehre in einem Physik-Grundkurs des Jahrgangs 12 unterrichtet. Der Unterrichtsgang wurde an der Abteilung für Didaktik der Physik der Universität Karlsruhe entwickelt¹ und wird Bestandteil des Oberstufenbandes „Schwingungen und Wellen“ des Karlsruher Physikkurses [10] sein. In dieser Form wurde der Unterrichtsgang zum ersten Mal im Rahmen der pädagogischen Arbeit in der Schule unterrichtet, da während der Entwicklung des Karlsruher Physikkurses nur Vorversionen und Teile unterrichtet wurden und eine Erprobung der endgültigen Version nicht mehr möglich war.

Die harmonische Analyse bzw. Fourier-Analyse beruht darauf, dass jede Funktion eindeutig in eine unendliche Summe harmonischer Funktionen zerlegt werden kann. So können physikalische Vorgänge in harmonische Bestandteile zerlegt und ihre weitere Untersuchung erleichtert werden, da es häufig ausreicht diese harmonischen Bestandteile zu betrachten. Daher ist die Fourier-Analyse ein wichtiges und nützliches Werkzeug der Physiker und erklärt gleichzeitig die große Bedeutung der harmonischen Schwingungen in der Physik.

Auch im Schulbereich gibt es Gründe, die für eine Behandlung der harmonischen Analyse sprechen. Tatsächlich ist gerade die Zerlegung in harmonische Anteile so allgegenwärtig und erscheint so natürlich, dass kein Physiker Schwierigkeiten mit den folgenden Aussagen hat: „Weißes Licht besteht aus elektro-magnetischen Wellen mit den Wellenlängen 400 – 800 nm.“ oder „Das Ohr kann Schallfrequenzen von 20 – 20 000 Hz wahrnehmen.“ Aber schon um solche allgegenwärtigen Aussagen zu verstehen, ist die Behandlung der Fourier-Analyse in der Schule notwendig. Außerdem gibt es selbstverständlich auch in der Schulphysik viele Bereiche, die von dem Werkzeug harmonische Analyse profitieren, z. B. gekoppelte Schwinger, die Akustik oder die optische Spektralanalyse².

Trotzdem spielt dieses Werkzeug im Physikunterricht der Schule praktisch keine Rolle, wie ein Blick in den Lehrplan³ und verschiedene Schulbücher⁴ zeigt. Tatsächlich scheint die harmonische Analyse auf den ersten Blick nicht für den Physikunterricht geeignet zu sein, da die ihr zugrundeliegende Mathematik zu schwierig und unanschaulich erscheint.

Für den Einsatz der harmonischen Analyse in der Schule reicht es aber aus, wenn die zentralen mathematischen Aussagen der Fourier-Analyse so einfach dargestellt werden, dass sie für die Schüler nachvollziehbar und plausibel werden. Es soll nicht das Ziel des Unterrichts sein, dass die Schüler die Mathematik der harmonischen Analyse lernen und die Zerlegung einer Funktion in Sinuskomponenten am Ende selbst berechnen können. Die Berechnung der Zerlegung kann heute leicht der Computer erledigen, und die Programme der in der Schule verbreiteten Computer-Messsysteme bieten die Möglichkeit Fourier-Analysen durchzuführen. Wenn das Spektrum vom Computer berechnet wird müssen die Schüler nur wissen, wie sie

¹ Vgl. [7], Zahlen in eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis in Kapitel 5.

² Alle diese Beispiele wurden im Rahmen dieser Arbeit behandelt.

³ Im Bildungsplan für die Gymnasien in Baden-Württemberg ist die harmonische Analyse weder im Grundkurs noch im Leistungskurs vorgesehen, vgl. [17].

⁴ In den meisten Schulbüchern wird die harmonische Analyse nur am Rande erwähnt, oft im Zusammenhang mit der Überlagerung von Schwingungen durch einen kurzen Hinweis auf den Satz von Fourier, vgl. [6, S. 43], [14, S. 8] und [4, S. 114] oder bei den akustischen Wellen, vgl. [15, S. 144] und [1, S. 249]. Mir ist kein Schulbuch bekannt, in dem die harmonische Analyse eingeführt und tatsächlich als Werkzeug zur Untersuchung physikalischer Phänomene verwendet wird.

das Spektrum zu interpretieren haben. Sie sollen am Ende z. B. die folgenden Fragen beantworten können:

- Was ist ein Spektrum?
- Welche einfachen Zusammenhänge bestehen zwischen einer Zeitfunktion und ihrem Spektrum?

Im hier vorgestellten Unterrichtsgang wurde vor der Behandlung der harmonischen Analyse noch das Phänomen der Resonanz bei erzwungenen Schwingungen behandelt⁵. Dann wurde die harmonische Analyse innerhalb von zwei Unterrichtsstunden eingeführt. Selbst im engen Zeitrahmen eines Grundkurses, der für die Lehrplaneinheit 4 „mechanische und elektrische Schwingungen und Wellen“ insgesamt nur 46 Stunden vorsieht, sind diese zwei Stunden sicher unterzubringen.

Anschließend wurde die harmonische Analyse in mehreren Stunden als Werkzeug eingesetzt. Dabei wurden vor allem das VideoCom-System zur berührungslosen Bewegungsaufnahme und das Interface-System CASSY verwendet. Beide stammen von Leybold und die Software zu beiden Systemen ermöglicht es schnell und einfach eine harmonische Analyse der Messwerte durchzuführen. Zur optischen Spektralanalyse mit Gittern oder Prismen braucht man gar keinen Rechner, es handelt sich bei diesen Geräten gewissermaßen um „analoge Fourier-Analysatoren“.

⁵ Die Gründe und Vorteile dieses Verfahrens werden in Kapitel 2 vorgestellt.

2. Vorbetrachtung: Didaktik, Methodik, Fachwissenschaft

2.1 Voraussetzungen für den Unterricht

2.1.1 Beschreibung des Grundkurses

Der Grundkurs Physik im Jahrgang 12 des Walahfrid-Strabo-Gymnasiums besteht aus 3 Mädchen und 6 Jungen. Einen Leistungskurs gibt es in diesem Jahrgang nicht. Einige der Schüler haben aber Leistungskurse in Mathematik und/oder Chemie gewählt, was zumindest ein Interesse an naturwissenschaftlichen Fragestellungen erwarten lässt. Tatsächlich ist bei etwa der Hälfte der Schüler die Motivation und Leistungsfähigkeit sehr gut. Die andere Hälfte folgt dem Unterricht mehr oder weniger aufmerksam. Problematisch ist eine Schülerin, die erst zu Beginn des Schuljahres an die Schule wechselte. Sie ist bisher kaum in den Jahrgang integriert und fällt vor allem durch häufigeres Fehlen auf. Keiner der Schüler hat Physik als Abiturfach gewählt, und es werden wohl nur 3 oder 4 Schüler den Kurs in der Jahrgangsstufe 13 fortsetzen.

Der Unterricht fand regulär mit drei Wochenstunden statt, am Montag in der 5. und 6. Stunde, sowie Donnerstags in der 3. Stunde. Da der Donnerstag auch Seminartag ist, wurde diese Stunde, solange ich in der Klasse unterrichtete, 14-tägig als Doppelstunde am Mittwochnachmittag unterrichtet.

Vorher war die Elektrodynamik behandelt worden: Elektrische und magnetische Felder, sowie die Induktion. Der Fachlehrer hatte dazu den Oberstufenband des Karlsruher Physikurses zur „Elektrodynamik“ [11] angeschafft.

Ich übernahm den Unterricht im Kurs drei Wochen vor den Pfingstferien. Bis zu den Ferien wurden zunächst die Grundlagen der Schwingungslehre unterrichtet, vgl. Abschnitt 2.1.2. Der eigentliche Zeitraum der pädagogischen Arbeit waren dann die vier Wochen nach den Pfingstferien. Da die Schüler von der Elektrodynamik bereits an die KPK-Skripten gewöhnt waren, erhielten sie als Arbeitsmaterial und zur Nacharbeit Vorabdrucke mit den ersten drei Kapiteln des Oberstufenbandes „Schwingungen und Wellen“ des Karlsruher Physikurses [10]. Diese hatte mir Prof. Herrmann von der Abteilung für Didaktik der Physik der Universität Karlsruhe freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

2.1.2 Der vorangegangene Unterricht: Grundlagen der Schwingungslehre

In den drei Wochen vor den Pfingstferien fanden acht Physikstunden statt. In dieser Zeit sollten die Grundlagen der Schwingungslehre behandelt werden, um die Voraussetzungen für den Unterrichtsgang der pädagogischen Arbeit zu schaffen.

Um dies in der knappen verfügbaren Zeit zu erreichen, war ein sehr straffer Unterricht notwendig, der sich auf die wesentlichen Dinge bei der Behandlung der Schwingungen beschränkt. Durch den Karlsruher Physikurses waren die Voraussetzungen dafür günstig, da unter anderem eine deutliche Kürzung des Themas Schwingungen im Vergleich zu traditionellen Büchern angestrebt wird. Dazu werden z. B. die Gemeinsamkeiten zwischen den verschiedenen Realisierungen von Schwingungen stark hervorgehoben und die mechanischen und elektrischen Schwingungen in einer gemeinsamen Unterrichtseinheit behandelt⁶.

⁶ Dies ist in traditionellen Schulbüchern nicht der Fall. Sie trennen deutlich zwischen mechanischen und elektrischen Schwingungen, vgl. [4, S. 102-118 und S. 269-276] oder [14, S. 1-17 und S. 40-47]. Oft findet man die mechanischen und elektrischen Schwingungen sogar in verschiedenen Bänden, vgl. Dorn-Bader [1, S. 209-229 und 2, S. 168-186] oder Kuhn [15, S. 105-134 und 16, S. 322-336].

Zunächst wurde eine grobe Definition für Schwingungen erarbeitet: „Eine Schwingung ist ein periodischer Vorgang mit spezifischer Periodendauer, der selbständig abläuft, nachdem dem System Energie zugeführt wurde.“

Anschließend wurden drei harmonische Schwingungen genauer untersucht: Federschwinger, Pendel und elektrischer Schwingkreis. An diesen Beispielen wurden die wesentlichen Größen zur Beschreibung von Schwingungen eingeführt (Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz, Kreisfrequenz, Anfangsphase usw.) sowie die mathematische Beschreibung harmonischer Schwingungen behandelt.

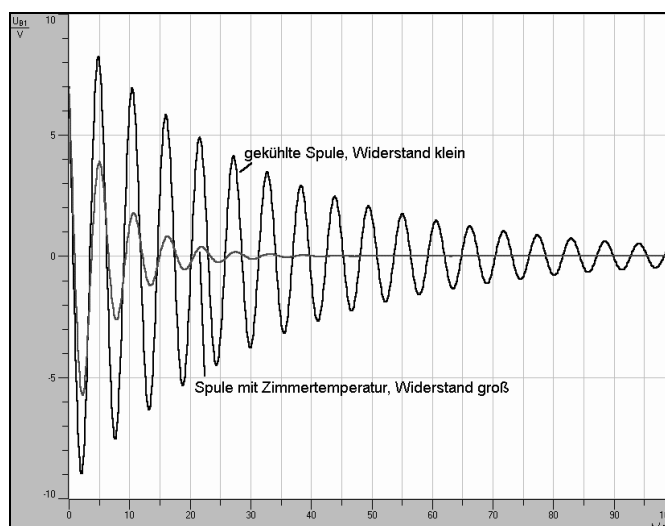


Abb. 2.1: Die Spule eines elektrischen Schwingkreises wird mit flüssigem Stickstoff gekühlt, die Dämpfung der freien Schwingung ist stark verringert.

Die Formeln für die Kreisfrequenzen beim Federschwinger, Pendel und elektrischen Schwingkreis wurden experimentell ermittelt und mit Hilfe von Energiebilanzen für die ungedämpfte Schwingung bestätigt⁷. Der Einfluss der Dämpfung wurde qualitativ untersucht, und mit einem für die Schüler eindrucksvollen Experiment genauer betrachtet: Die freie Schwingung eines elektrischen Schwingkreises ist aufgrund des ohmschen Widerstandes der Leitungen im allgemeinen stark gedämpft, so dass die Schwingung bereits nach wenigen Perioden zur Ruhe kommt. Kühlt man aber die Spule des Schwingkreises, deren langer Draht im wesentlichen für den Widerstand verantwortlich ist, mit flüssigem Stickstoff, so wird die Dämpfung wesentlich verringert, vgl. Abb. 2.1.

Außerdem wurden, wie es im Karlsruher Physikkurs üblich ist, die extensiven, d. h. mengenartigen Größen im Unterricht stark betont⁸. So spielte bei den mechanischen Schwingungen der Impuls p und bei den elektrischen Schwingungen die elektrische Ladung Q eine wesentliche Rolle. Durch Bilanzen für diese Größen wurde eine Gemeinsamkeit aller betrachteten Schwingungen deutlich: Es gibt jeweils zwei Speicher für die charakteristischen mengenartigen Größen. Zwischen diesen fließt eine Portion der Größe hin- und her, beim Federpendel Impuls zwischen dem schwingenden Körper und der Erde, beim Schwingkreis elektrische Ladung zwischen den Kondensatorplatten. Außerdem wurde bei allen Schwingungstypen die Energie E betrachtet. Auch für die Energie wurden Bilanzen aufgestellt und die Speicher zwischen denen sie hin- und herfließt identifiziert⁹.

⁷ Dazu wurde gefordert, dass die Gesamtenergie zeitlich konstant bleibt, woraus man eine Bedingung für ω ableiten kann.

⁸ Im traditionellen Unterricht wird bei mechanischen Schwingungen der Weg-Zeit-Zusammenhang $x(t)$ des Systems ausgiebig untersucht und bei einem Vergleich der mechanischen und elektrischen Schwingung werden i. a. die Größen x und Q aufeinander abgebildet. Im KPK ist bereits eine andere Abbildung zwischen Größen der Mechanik und Elektrodynamik eingeführt, die Abbildung zwischen den mengenartigen Größen Impuls p und elektrischer Ladung Q . Da bei den Schwingungen keine andere Analogie betrachtet werden soll wird im KPK die Größe Impuls auch bei den mechanischen Schwingungen besonders berücksichtigt, vgl. [9].

⁹ Dabei ist zu beachten, dass es sich meist um andere Speicher handelt. Während der Impuls beim Federschwinger zwischen dem schwingenden Körper und der Erde ausgetauscht wird, fließt die Energie zwischen Körper und Feder hin und her. Außerdem hat die Energieschwingung die doppelte Frequenz.

2.2 Didaktische Reduktion: Überblick über den geplanten Unterrichtsgang

Der Unterricht während des Zeitraums der pädagogischen Arbeit soll drei Schwerpunkte behandeln: Das Phänomen der Resonanz bei erzwungenen Schwingungen, die Einführung der harmonischen Analyse sowie die Anwendung der harmonischen Analyse an verschiedenen Beispielen.

2.2.1 Erzwungene Schwingungen und Resonanz (Stunden 1 – 4)

Das Phänomen der Resonanz bei der äußeren Anregung schwingungsfähiger Systeme ist ein wichtiges Lernziel der Schwingungslehre und wird auch im Grundkurs vom Lehrplan gefordert. Da einige, die bei der Behandlung der Resonanz gewonnenen Erkenntnisse für die harmonische Analyse und ihre Anwendungen notwendig sind, wurde dieses Thema in die pädagogische Arbeit aufgenommen. In Hinblick auf den Rest der Unterrichtseinheit erscheinen vor allem die folgenden Aspekte wichtig:

- Resonanzkurven haben große Ähnlichkeit mit den Spektren, die man bei der harmonischen Analyse erhält. In beiden Fällen wird die Amplitude einer physikalischen Größe über der Frequenz aufgetragen. Tatsächlich spricht man bei Resonanzkurven häufig vom „Resonanzspektrum“ des Schwingers.
- Bei gekoppelten Schwingern, die innerhalb des Unterrichtsgangs eine wichtige Anwendung der harmonischen Analyse sind, sind die bei der harmonischen Analyse auftretenden Eigenfrequenzen gleichzeitig die Resonanzfrequenzen des Systems.
- Das Detektorradio ist die einfachste Form eines funktionsfähigen Mittelwellenempfängers und kann ebenfalls als Anwendung der harmonischen Analyse aufgefasst werden. Um die Frequenz des Radiosenders auszufiltern wird die Resonanz eines elektrischen Schwingkreises verwendet.

Damit ausreichend Zeit für die harmonische Analyse und ihre Anwendungen bleibt, soll die Resonanz in vier Unterrichtsstunden abgeschlossen werden. Um in dieser Zeit die wesentlichen Aspekte der Resonanz zu erfassen, kann man sich auf die Betrachtung der vom System dissipierten Energie beschränken, vgl. Abschnitt 2.3.1. Außerdem werden quantitative Experimente zur Resonanz nicht an mechanischen Schwingern, sondern an elektrischen Schwingkreisen durchgeführt, da Resonanzexperimente an mechanischen Schwingern prinzipiell zeitaufwendig sind¹⁰. Mit dem an der Schule vorhandenen Power-Cassy¹¹ sind Resonanzexperimente an Schwingkreisen leicht durchführbar, da damit ein spannungstabiler und computergesteuerter Frequenzgenerator zur Verfügung steht, der gleichzeitig Stromstärke, abgegebene Leistung usw. messen und in Abhängigkeit von der Frequenz darstellen kann.

Dass die Ergebnisse vom Schwingkreis auch auf die Resonanz bei mechanischen Schwingern übertragbar sind, kann anschließend qualitativ anhand eines Demonstrationsexperiments gezeigt werden.

2.2.2 Das Werkzeug der harmonischen Analyse (Stunden 5 – 6)

Das Prinzip der harmonischen Analyse, d. h. die Zerlegung einer gegebenen Zeitfunktion in eine Summe von Sinusfunktionen, soll in den nächsten beiden Stunden eingeführt werden.

¹⁰ Um das schwingende System gut beobachten zu können muss die Eigenfrequenz klein sein. Da für ein deutliches Resonanzmaximum eine geringe Dämpfung nötig ist hat man auch lange Einschwingzeiten. Die Aufnahme einer Resonanzkurve eines mechanischen Schwingers erfordert daher oft eine ganze Schulstunde. Elektrische Schwingkreise haben im Vergleich dazu viel höhere Eigenfrequenzen, so dass die Resonanzexperimente schneller durchgeführt werden können.

¹¹ Vgl. Abschnitt 2.4.2.

Wie schon in der Einleitung dargelegt, ist es dabei nicht das Ziel den Schülern die Mathematik der Fourier-Analyse beizubringen. Zur Anwendung dieses Werkzeugs in der Schule reicht es aus, den Schülern das Verfahren anschaulich vorzustellen und plausibel zu machen. Dies ist möglich, denn um das Prinzip der harmonischen Analyse zu verstehen, sind nur wenige mathematische Aussagen nötig, die in zwei einfachen und allgemeinen Sätzen formuliert werden können:

1. *Jede Funktion $y(t)$ lässt sich darstellen als Summe von Sinusfunktionen.*
2. *Ist $y(t)$ periodisch mit der Periodendauer T_0 , so sind die Frequenzen der Sinusfunktionen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz $f_0 = 1/T_0$.*

In diesen beiden Sätzen steckt alle Mathematik, die man benötigt, um die harmonische Analyse in der Schule einsetzen zu können. Um zu diesen Aussagen zu kommen, kann man mit der Fourier-Synthese beginnen. Anhand von Beispielen (z. B. Dreiecks-, Sägezahn- oder Rechteckfunktion) wird demonstriert, dass man durch die Addition der geeigneten Sinusfunktionen jede periodische Funktion erhalten kann. Durch die Umkehrung der Fourier-Synthese wird der Schritt zur Fourier-Analyse vollzogen. Ohne Beweis wird mitgeteilt, dass man die Analyse auch auf nicht periodische Funktionen verallgemeinern kann.

Die Bestimmung der vorkommenden Frequenzen und der zugehörigen Amplituden und Anfangsphasen bei einer gegebenen Zeitfunktion ist sehr rechenaufwendig und wird im Unterricht ausschließlich vom Computer erledigt.

Da man sich bei der Zerlegung vor allem für die Amplituden \hat{y} interessiert, wird ein Diagramm ausgegeben, in dem die Amplituden über der zugehörigen Frequenz dargestellt sind, das sogenannte „Spektrum“. So erhält man ein übersichtliches Ergebnis. Bei der harmonischen Analyse sind daher immer zwei Diagramme zu berücksichtigen, der Graph die Zeitfunktion $y(t)$ und das Spektrum, d. h. die Darstellung der Spektralfunktion $\hat{y}(f)$.

Um Vertrauen in das neue Werkzeug zu gewinnen können Sinus-, Dreieck- und Rechteckspannungen aus einem Frequenzgenerator mit CASSY aufgezeichnet und die Spektren berechnet werden. Die Schüler sollten das Aussehen der Spektren vorhersagen können.

2.2.3 Anwendungen der harmonischen Analyse (Stunden 7 – 12)

In den verbleibenden Stunden sollen einige Anwendungen der harmonischen Analyse behandelt werden. Diese haben einen doppelten Zweck. Zum einen ermöglicht es die harmonische Analyse mit geringem Aufwand zu physikalischen Ergebnissen zu kommen, zum anderen wird gleichzeitig das Verständnis für das neue Werkzeug vertieft.

Die erste Anwendung sind gekoppelte mechanische Schwinger, die auf der Luftkissenbahn aufgebaut und deren Bewegung mit der VideoCom aufgezeichnet werden. Mit der harmonischen Analyse ist es möglich, die einfache Struktur der scheinbar komplizierten Bewegungen der gekoppelten Schwinger zu erkennen.

Zunächst wird aber noch einmal ein einfacher Federschwinger untersucht. Dass im Spektrum nur ein einziger Peak bei der Eigenfrequenz des Schwingers zu sehen ist bestätigt, dass der Federschwinger harmonisch schwingt und die Methode funktioniert.

Anschließend werden Doppel-, Dreifach- und Vierfachschwinger betrachtet. Deren Bewegung ist im allgemeinen unregelmäßig, aber man kann die Schwinger auch so anstoßen, dass sich alle sinusförmig bewegen. Man erhält so die Eigenschwingungen des Mehrfachschwingers. Ohne eine einzige Rechnung erhält man die wesentlichen Eigenschaften der Mehrfachschwinger durch Betrachten der Spektren: „Das Spektrum eines n -fach Schwingers hat n Peaks. Das System hat n Eigenfrequenzen und kann n verschiedene Eigenschwingungen ausführen.“

Die weiteren Anwendungen sind die Akustik, optische Spektren und der Rundfunkempfang mit einem einfachen Mittelwellenradio. Dazu müssten nun zunächst die Wellen, insbesondere die Schallwellen und die elektro-magnetischen Wellen behandelt werden. Dies ist im Rahmen der pädagogischen Arbeit aber nicht möglich. Um diese Anwendungen der harmonischen Analyse trotzdem in den nächsten Stunden behandeln zu können, sind einige Kompromisse unvermeidbar:

Bei den akustischen Wellen wird an die Mittelstufe erinnert und einige Eigenschaften von Schallwellen und die Funktionsweise von Lautsprecher und Mikrofon werden kurz wiederholt. Anschließend können mit einem Mikrofon und CASSY die verschiedensten Geräusche aufgezeichnet und ihre Spektren analysiert werden.

Die elektro-magnetischen Wellen sollten den Schülern zumindest dem Namen nach bekannt sein. Geplant ist ihnen die elektro-magnetischen Wellen, in Erinnerung an die zuvor unterrichtete Elektrodynamik, vorzustellen als elektrische und magnetische Felder, die sich mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum bewegen, und sich dabei durch Induktion ständig gegenseitig erzeugen und vernichten. Außerdem soll gezeigt werden, wie groß der Frequenzbereich ist, den die elektro-magnetischen Wellen einnehmen und wozu sie verwendet werden, bzw. wo sie in der Natur vorkommen.

Dann kann als wichtige Anwendung die optische Spektralanalyse behandelt werden. Da eine größere Anzahl Handspektrometer in der Schule vorhanden ist, sollen die Schüler mit Hilfe von Spektraltafeln selbst die Gase in einigen Gasentladungslampen identifizieren. Eine weitere Anwendung der harmonischen Analyse ist das Detektorradio. Diese einfachste Variante eines funktionsfähigen Radios war früher sehr verbreitet. Es besteht nur aus Spule, Kondensator, Diode, Antenne und Kopfhörer. Der Aufbau ist so einfach, dass alle Schüler ihn verstehen sollten.

2.3 Fachwissenschaftliche Diskussion

2.3.1 Charakterisierung der Resonanz mit Hilfe der Energie

Die Resonanz ist ein Beispiel für didaktische Nachteile, die durch die Betonung des Ortes x bei den mechanischen Schwingungen verursacht werden¹². Üblicherweise wird bei erzwungenen mechanischen Schwingungen die Frage gestellt: „Was macht die Ortsamplitude des Schwingers, wenn die Frequenz einer harmonischen äußeren Kraft variiert wird?“

Die Antwort darauf ist jedem Physiker vertraut, der Schwinger schwingt sinusförmig und mit der Erregerfrequenz. In allen Schulbüchern¹³ findet man eine Resonanzkurve, in der der Verlauf der Ortsamplitude x_0 über der Erregerfrequenz f dargestellt ist, vgl. Abb. 2.2a. Die Kurve hat bei nicht zu großer Dämpfung ein deutliches Maximum. Zusätzlich wird oft die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ zwischen Erregerkraft und Ort des Schwingers aufgetragen, Abb. 2.2b.

Die Resonanzkurve in Abb. 2.2a widerspricht allerdings der Erwartung: Das Maximum der Kurve liegt nicht bei der Eigenfrequenz f_0 , außerdem scheint es als ob der Schwinger auch bei der Frequenz $f = 0$ Hz schwinde. Bei der Phasenverschiebung in Abb. 2.2b wird nur betont, dass sie bei Resonanz $\pi/2$ beträgt¹⁴. Tatsächlich sind diese Besonderheiten nur das Resultat einer ungeschickten Wahl der betrachteten Größen: Ortsamplitude x und Phasenverschiebung $\Delta\varphi$. Das System hat viele andere physikalische Größen, die man alternativ hätte betrachten

¹² Eine ausführliche Diskussion dieser Problematik findet man in [12].

¹³ Z. B. [14, S. 15], [4, S. 117], [1, S. 224], [15, S. 118] und [6, S. 28].

¹⁴ Genauer beträgt sie $\pi/2$ bei der Eigenfrequenz f_0 , die Resonanz scheint ja bei einer kleineren Frequenz zu sein.

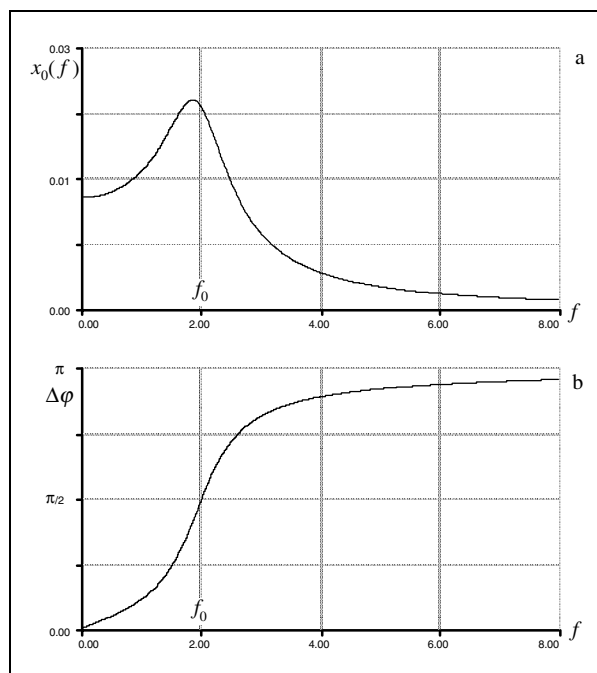


Abb. 2.2: Resonanzkurve eines mechanischen Schwingers mit der Eigenfrequenz $f_0 = 2$ Hz. (a) Ortsamplitude über der Erregerfrequenz. (b) Phasenverschiebung zwischen der Kraft des Erregers und dem Ort des Schwingers.

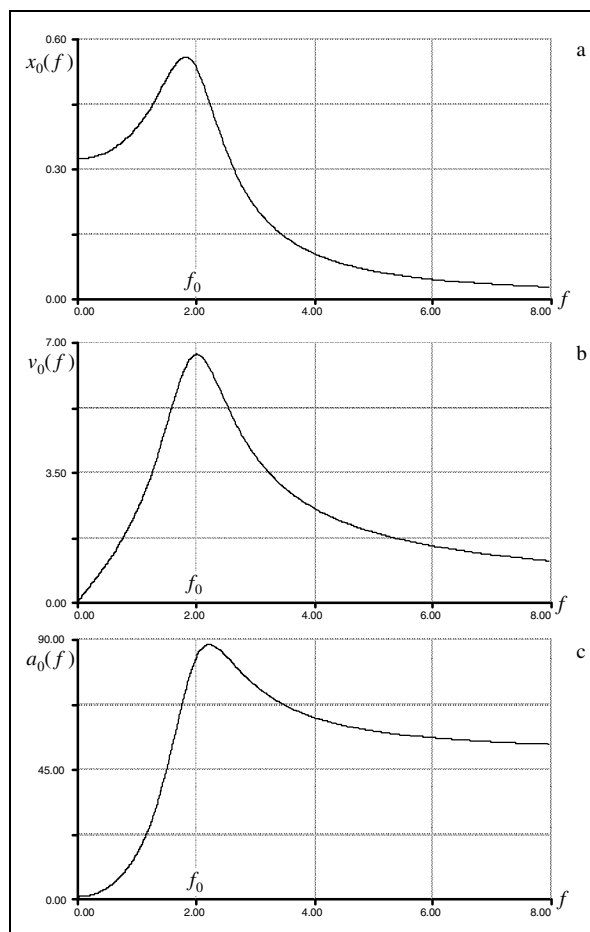


Abb. 2.3: (a) Orts-, (b) Geschwindigkeits- und (c) Beschleunigungsamplitude als Funktion der Erregerfrequenz.

können. Als Beispiel zeigt Abb. 2.3 den Verlauf von $x_0(f)$, $v_0(f)$ und $a_0(f)$, d. h. der Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsamplitude in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz¹⁵.

Ein Vergleich der Graphen zeigt, dass die Maxima bei verschiedenen Frequenzen liegen. Nur das Maximum von $v_0(f)$ liegt exakt bei der Eigenfrequenz f_0 , das von $x_0(f)$ liegt links, das von $a_0(f)$ rechts davon. Außerdem geht allein $v_0(f)$ für große und kleine Frequenzen gegen null. D. h. nur $v_0(f)$ verhält sich so, wie man es sich von einer Resonanzkurve wünschen würde: Für $f = f_0$ reagiert der Schwinger am stärksten, für $f = 0$ und $f \rightarrow \infty$ reagiert er nicht.

Es gibt aber eine andere Größe, die noch besser als $v_0(f)$ zur Charakterisierung der Resonanz geeignet ist: Die vom schwingenden System im zeitlichen Mittel dissipierte Energie. Mit ihr kann man die Erscheinung der Resonanz so erklären:

„Resonanz bedeutet, dass ein harmonisch angeregtes System bei seiner Eigenfrequenz besonders viel Energie dissipiert, d. h. Entropie produziert.“¹⁶

¹⁵ Mit $\omega = 2\pi f$, und dem Dämpfungsfaktor k gilt: $x_0(\omega) = F_0 / \sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2) + k^2\omega^2}$, $v_0(\omega) = \omega \cdot x_0(\omega)$, $a_0(\omega) = \omega \cdot v_0(\omega) = \omega^2 \cdot x_0(\omega)$.

¹⁶ Da nur stationäre Zustände betrachtet werden, der Einschwingvorgang also beendet ist, ist die im Mittel dissipierte Energie gleich der im Mittel vom Erreger aufgenommenen Energie bzw. dem mittleren Energiestrom vom Erreger zum Schwinger. Man kann die Definition der Resonanz daher auch so formulieren: „Resonanz bedeutet, dass ein harmonisch angeregtes System bei seiner Eigenfrequenz besonders viel Energie absorbiert.“

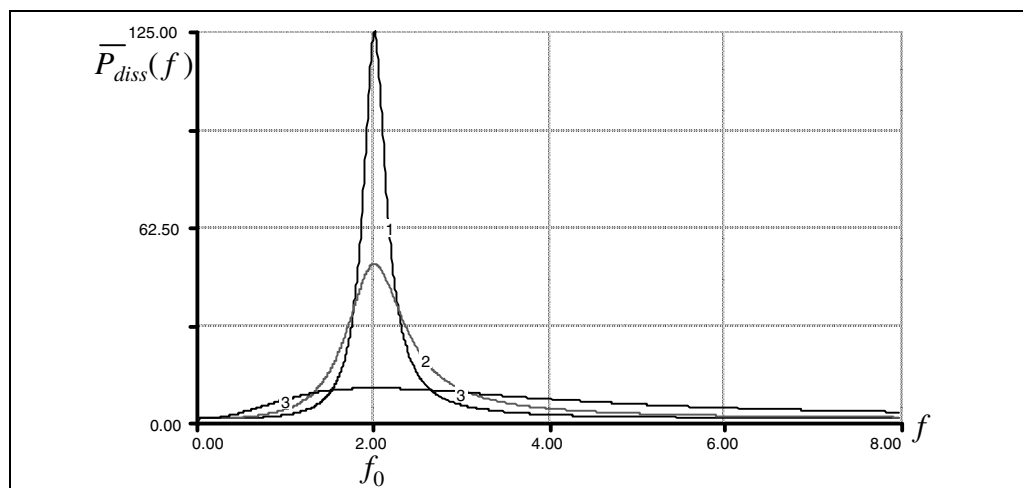


Abb. V.14: Die im zeitlichen Mittel dissipierte Energie als Funktion der Erregerfrequenz. Die Dämpfungskonstanten der Kurven sind $k = 0,4$ (Kurve 1), $k = 1$ (Kurve 2) und $k = 5$ (Kurve 3).

Diese Definition der Resonanz gilt nicht nur für die verschiedenen mechanischen Schwinger, sondern auch für elektrische Schwingkreise¹⁷.

Für den im Mittel dissipierten Energiestrom gilt¹⁸:
$$\bar{P}_{diss}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{k \cdot \omega^2 \cdot F_0^2}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2 \omega^2}$$

Abb. 2.4 zeigt die Graphen für drei verschiedene Dämpfungen. Die Graphen sind so, wie man es von einer Resonanzfunktion erwartet:

- Das Maximum liegt bei der Eigenfrequenz f_0 .
- Die Funktionswerte werden null für $f = 0$ und $f \rightarrow \infty$.
- Das Maximum ist umso niedriger, je stärker die Dämpfung ist¹⁹.
- Wenn man sich der Eigenfrequenz von kleineren oder größeren Frequenzen her nähert, so kündigt sich die Resonanzstelle umso früher an, je stärker die Dämpfung ist.

2.3.2 Mathematische Grundlagen der harmonischen Analyse

Mit Hilfe der Fourier-Analyse bzw. harmonischen Analyse kann jede Funktion eindeutig in eine unendliche Summe harmonischer Funktionen zerlegt werden.

Ist die Funktion $f(t)$ periodisch mit der Periodendauer T_0 , so sind die Frequenzen der harmonischen Funktionen in der Summe ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz $f_0 = 1/T_0$. Die periodische Funktion $f(t)$ ist folgendermaßen darstellbar²⁰:

¹⁷ Für elektrische Serienschwingkreise, die mit einer Sinusspannung konstanter Amplitude angeregt werden, kann man die Ergebnisse übertragen. Die Stromamplitude $I_0(f)$ hat denselben Verlauf wie $v_0(f)$, die Amplitude der Kondensatorladung $Q_0(f)$, bzw. die Amplitude der Kondensatorspannung $U_{C,0}(f) = C \cdot Q_0(f)$ denselben Verlauf (und dieselben Besonderheiten) wie $x_0(f)$. Der im Mittel dissipierte Energiestrom ist $\bar{P}_{diss}(f) = \frac{1}{2} R \cdot I_0(f)^2$.

¹⁸ Ein Vergleich der Formeln für $\bar{P}_{diss}(\omega)$ und $v_0(\omega)$ zeigt: $\bar{P}_{diss}(\omega) = \frac{1}{2} k \cdot v_0(\omega)^2$, d. h. $\bar{P}_{diss}(f)$ ist proportional zu $v_0(f)^2$. Deshalb zeigt die Geschwindigkeitsamplitude $v_0(f)$ dasselbe Verhalten wie $\bar{P}_{diss}(f)$.

¹⁹ Im Gegensatz zu $x_0(f)$ hat $\bar{P}_{diss}(f)$ auch bei großer Dämpfung ein Maximum.

²⁰ Ist $f(t)$ gegeben im Intervall $[-T, T]$, d. h. Periodendauer $T_0 = 2T$, erhält man mit $\omega = 2\pi/T_0$ die Koeffizienten aus: $A_0 = \frac{a_0}{2}$, $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\tan \varphi_k = \frac{a_k}{b_k}$, wobei $a_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \cos(k\omega t) dt$ und $b_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \sin(k\omega t) dt$, vgl. [5, S. 660].

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \sin(k \cdot \omega t + \varphi_k)$$

Man erhält ein Linienspektrum, wenn man die Amplituden A_k über der Frequenz $f = \omega/2\pi$ aufträgt. Bei einer nicht periodischen Funktion, die nur in einem beschränkten Intervall definiert ist, kann man genauso vorgehen wenn man sich die Funktion periodisch fortgesetzt denkt. Ist die Funktion nicht periodisch und in einem unbeschränkten Intervall definiert erhält man statt der Summe ein kontinuierliches Fourier-Integral²¹:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

Die Fourier-Analyse erklärt die große Bedeutung der harmonischen Schwingungen. Da man mit ihr alle periodischen Vorgänge in harmonische Bestandteile zerlegen kann, reicht es häufig diese harmonischen Bestandteile zu untersuchen.

2.3.3 Die harmonische Analyse diskreter Messwerte

Wertet man physikalische Experimente mit einem Computer-Messinterface aus, erhält man die Messwerte einer physikalischen Größe y nicht kontinuierlich, sondern mit einer bestimmten Messfrequenz f_M . D. h. man erhält nicht einen analytischen Ausdruck für $y(t)$, sondern nur n äquidistante Stützstellen mit dem Abstand $\Delta t = 1/f_M$, wobei n die Anzahl der Messwerte ist. Man erhält die n Werte $y_k = y(t_k)$ mit $t_k = k \cdot \Delta t$ ($k = 0, \dots, n-1$).

Die diskrete Fourier-Transformation interpoliert die durch die Stützstellen y_k gegebene Funktion $y(t)$ als endliche Summe harmonischer Funktionen. In komplexer Darstellung ergibt sich:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cdot e^{i\omega_k t} \quad \text{mit} \quad \omega_k = 2\pi \cdot \frac{k}{n} f_M \quad (2.1)$$

Die Koeffizienten a_k können mit der folgenden Formel bestimmt werden²², vgl. [18, S. 149]:

$$a_k = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} y_j \cdot e^{-i\omega_k t_j}$$

In reeller Darstellung halbiert sich die Zahl der Summenglieder in der Formel (2.1). Bei geradem n erhält man²³:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n/2-1} A_k \cdot \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad \text{mit} \quad \omega_k = 2\pi \cdot \frac{k}{n} f_M$$

Für das Aussehen des bei der harmonischen Analyse berechneten Spektrums sind die Messfrequenz f_M und die Anzahl n der Messwerte (die proportional zur Messdauer t_M ist, denn $t_M = n \cdot \Delta t = n/f_M$) sehr wichtig:

²¹ Hier ist $a(\omega)$ die *Spektralfunktion* von $f(t)$. $a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$ ist komplex und beschreibt die Amplitude und Phase zur Frequenz ω , vgl. [18, S. 148].

²² Ist die Zahl der Messwerte eine Potenz von 2, d. h. $n = 2^s$, kann der Aufwand zur Berechnung der Koeffizienten a_k durch eine rekursive Berechnung deutlich reduziert werden. Bei der „Fast-Fourier-Transformation“ sind statt n^2 nur $n \cdot \ln n$ Rechenoperationen notwendig, vgl. [5, S. 669].

²³ Weil $\exp(i\omega_k t_j) = \exp(-i\omega_{n-k} t_j)$ ist $a_k = \bar{a}_{n-k}$. In der Summe (2.1) können daher jeweils 2 Glieder zusammengefasst werden und ihre Anzahl halbiert sich. (Ein noch einfacheres Argument: Mit einem Gleichungssystem können bei der Entwicklung von $y(t)$ aus n Stützstellen nur n Koeffizienten eindeutig bestimmt werden. Da für jedes Summenglied 2 Koeffizienten benötigt werden (Amplitude A_k und Phase φ_k), erhält man aus n Stützstellen bei der Entwicklung eine Summe mit $n/2$ Summanden.)

– Die Messfrequenz f_M bestimmt die Maximalfrequenz im Spektrum. Die größte Frequenz im Spektrum ist gleich der halben Messfrequenz²⁴.

– Die Zahl der Messwerte definiert die Frequenzauflösung. Die Frequenzachse im Spektrum wird zwischen null und der Maximalfrequenz in $n/2$ Intervalle aufgeteilt.

Die sinnvolle Wahl der Messfrequenz und Messdauer ist deshalb von großer Bedeutung. Z. B. beobachtet man häufig den Fall, dass sich die spektrale Verteilung einer Messgröße im Lauf der Zeit ändert, etwa bei der harmonischen Analyse akustischer Signale (Sprache, Musik). Solche Veränderungen können nur beobachtet werden, wenn die Frequenz dieser Änderungen klein ist gegen die Schallfrequenzen im Spektrum. Will man solche zeitlichen Veränderungen im Spektrum erfassen, muss man die Messzeit hinreichend kurz wählen, unter Umständen zu Lasten der Frequenzauflösung.

2.4 Experimentelle Voraussetzungen

Da die meisten notwendigen Geräte nur einmal vorhanden sind, können die geplanten Experimente nur als Demonstrationsexperimente durchgeführt werden. Aufgrund der recht kleinen Kursstärke ist dabei trotzdem eine größere Beteiligung der Schüler möglich. Versammeln sich die Schüler für die Experimente am Lehrertisch, können sie teilweise die Computerbedienung übernehmen und sich an Versuchsaufbauten und -Umbauten beteiligen.

Als einziges echtes Schülerexperiment wird bei der optischen Spektralanalyse mit Taschenspektrometern und Spektraltafeln das in Gasentladungslampen verwendete Gas identifiziert.

2.4.1 VideoCom und VideoCom-Software zur berührungslosen Bewegungserfassung

Die VideoCom der Firma Leybold ist im Prinzip eine Digitalkamera mit einem eindimensionalen CCD (Charge-Couple Device), die an die serielle Schnittstelle eines PCs angeschlossen wird. Zwei Software-Programme werden mitgeliefert. Das eine dient zur optischen Intensitätsmessung, wurde aber im Rahmen der Arbeit nicht verwendet. Das andere ermöglicht die berührungslose Erfassung von Bewegungen und anschließende Auswertung.

Die VideoCom eignet sich für alle eindimensionalen linearen Bewegungen, bei denen der bewegte Körper mit reflektierender Folie versehen werden kann. Ein LED-Blitz am Kameraobjektiv regelt dabei automatisch den Kontrast. Die Positionen von bis zu acht Objekten können gleichzeitig erfasst werden.

Die CCD-Zeile der VideoCom ist 28 mm lang und hat 2048 Pixel. Zur Positionsbestimmung wird die Pixelnummer der rechten und linken Kante addiert, so dass die Ortsauflösung $1/4096$ des erfassten Messbereichs ist. (Bei 1 m Messbereich ergibt sich $\Delta s = 1 \text{ m}/4096 \approx 0,25 \text{ mm}$.) Die Position eines Reflexes auf der CCD kann in reale Wege umgerechnet werden. Dazu reichen bei einer linearen Abbildung auf die CCD die Positionen zweier Punkte aus.

Die Zeitauflösung Δt kann in fünf Stufen variiert werden: 200, 100, 50, 25 und 12,5 ms, dies entspricht 5, 10, 20, 40 und 80 Hz. Die Belichtungszeit beträgt konstant 1,25 ms.

Die Messung wird manuell gestartet, gestoppt werden kann sie außer manuell auch nach einer vorgegebenen Zeit bzw. einem vorgegebenen Weg. Gemessen wird der zeitliche Verlauf von Ort $x(t)$, Geschwindigkeit $v(t)$ und Beschleunigung $a(t)$ der Objekte.

Die gemessenen Werte lassen sich auf vielfältige Weise auswerten, insbesondere kann für ausgewählte Kurvenbereiche eine Fourieranalyse durchgeführt werden. Das Ergebnis wird in einem $A(f)$ -Diagramm angezeigt, wobei das Maximum der Amplitude A auf 100% normiert

²⁴ Das Abtasttheorem liefert dieselbe Schranke. Nach dem Abtasttheorem ist eine Zeitfunktion in ihrem Verlauf vollständig bestimmt, wenn die Werte der Funktion in äquidistanten Zeitpunkten bekannt sind und für deren Abstand $\Delta t < 1/(2f)$ gilt, wobei f die größte Frequenz im Spektrum der Zeitfunktion ist, vgl. [3, S. 49].

wird. Es können beliebig viele Messreihen hintereinander aufgenommen und in einem Diagramm miteinander verglichen werden.

Zwar besitzt die Schule kein solches Gerät, freundlicherweise wurde mir aber eines von der Abteilung für Didaktik der Physik der Universität Karlsruhe geliehen. Im Rahmen der pädagogischen Arbeit wird die VideoCom in Verbindung mit einer Luftkissenbahn eingesetzt, um gekoppelte mechanische Schwinger zu untersuchen. Dazu werden bis zu fünf Gleiter mit Federn verbunden und ihre Bewegung aufgezeichnet.

2.4.2 Das CASSY-System (Sensor- und Power-CASSY, Software CASSY-Lab)

Das neue CASSY-System der Firma Leybold wird wie die VideoCom an die serielle Schnittstelle angeschlossen.

Das Sensor-CASSY bietet zwei galvanisch getrennte analoge Eingänge, ein Relais, sowie eine regelbare Gleichspannung, z. B. zur Versorgung eines Haltemagneten. Mit Hilfe von Aufsteckmodulen können digitale Eingänge ergänzt aber auch weitere Geräte angeschlossen werden. Einer der analogen Eingänge dient wahlweise zur Strom- oder Spannungsmessung, der andere nur zur Spannungsmessung. Der Strommessbereich geht bis 3 A (Innenwiderstand $< 5 \Omega$), der Spannungsmessbereich bis 100 V (Eingangswiderstand 1 M Ω). Die maximale Abtastrate beträgt 100 kHz, das entspricht einem Messintervall $\Delta t = 10 \mu\text{s}$.

Das Power-CASSY ist eine frei programmierbare Strom- und Spannungsquelle mit einer maximalen Ausgangsleistung von 10 W ($U_{max} = 10 \text{ V}$, $I_{max} = 1 \text{ A}$). Strom oder Spannung wird vorgegeben (Wert und Zeitverlauf), die andere Größe automatisch gemessen.

Mit der Software CASSY-Lab werden alle Einstellungen vorgenommen und die Messergebnisse ausgewertet. Die Messergebnisse können nahezu beliebig dargestellt werden, die Auswertmöglichkeiten sind zahlreich. Insbesondere ist wieder die harmonische Analyse aller Messwerte möglich.

In der pädagogischen Arbeit wird das Power-CASSY verwendet, um verschiedene Resonanzkurven eines elektrischen Schwingkreises aufzuzeichnen. Mit dem Sensor-CASSY und dem Leybold-Universalmikrofon werden verschiedene Geräusche aufgezeichnet und ihre Spektren untersucht. Auch das Ausgangssignal eines Frequenzgenerators kann aufgezeichnet und spektral untersucht werden.

3. Unterrichtsverlauf

3.1 Erzwungene Schwingungen und Resonanz (1./2. Stunde)

Ziele: Die freie Schwingung schwingungsfähiger Systeme hat eine bestimmte Frequenz, die Eigenfrequenz f_0 . Regt man einen Schwinger von außen harmonisch an, so schwingt er mit derselben Frequenz wie der Erreger, die Reaktion auf die Anregung ist umso stärker, je dichter die Erregerfrequenz bei der Eigenfrequenz ist.

Stundenverlauf: Da es sich um die erste Stunde nach den Pfingstferien handelt, wird mit einer Wiederholung begonnen. Der Aufbau von Federschwinger, Pendel und elektrischem Schwingkreis, sowie die wichtigsten Begriffe zur Beschreibung von Schwingungen (Amplitude, Frequenz, usw.) werden mit Wiederholungsfragen erarbeitet.

Die Formeln für die Schwingungsdauer bzw. Frequenz bei Federschwinger, Pendel und Schwingkreis werden noch einmal besprochen. Dabei wird hervorgehoben, dass die Schwinger von alleine nur mit dieser Frequenz schwingen. Anhand eines Federschwingers und eines Pendels wird im Freihandversuch daran erinnert, dass man diese Frequenz auch nicht durch andere Anfangsbedingungen verändern kann. Um dies zu betonen, und um später besser von der Erregerfrequenz unterscheiden zu können, wird der Begriff „Eigenfrequenz“ eingeführt.

Zur Motivierung des neuen Themas wird anschließend die Frage gestellt: „Wenn sie freiwillig nur mit dieser Frequenz schwingen, kann man sie vielleicht von außen zu einer anderen Frequenz zwingen?“. Als einfaches Freihandexperiment wird der obere Haltepunkt eines senkrechten Federpendel mit der Hand nach oben und unten bewegt: zunächst sehr langsam (der Pendelkörper bewegt sich einfach mit), dann sehr schnell (das Pendel kommt der Bewegung nicht hinterher) und schließlich mit einer mittleren Frequenz (dies führt zu einer starken Schwingungsbewegung des Pendelkörpers).

An dieser Stelle erfolgt der Übergang zum elektrischen Schwingkreis. In einem Vorversuch wird die Eigenfrequenz eines Schwingkreises bestimmt. Der Schwingkreis besteht aus einer Spule der Induktivität $L = 2,2 \text{ mH}$ und einem Kondensator der Kapazität $C = 80 \text{ }\mu\text{F}$. Mit dem Sensor-CASSY wird der Spannungsverlauf der Kondensatorspannung für die freie, gedämpfte Schwingung aufgezeichnet und die Periodendauer abgelesen, siehe Abb. 3.1. Daraus wird die Eigenfrequenz zu $f_0 = 374 \text{ Hz}$ bestimmt und mit dem theoretischen Wert $f_{0, \text{Theorie}} = 379 \text{ Hz}$ verglichen.

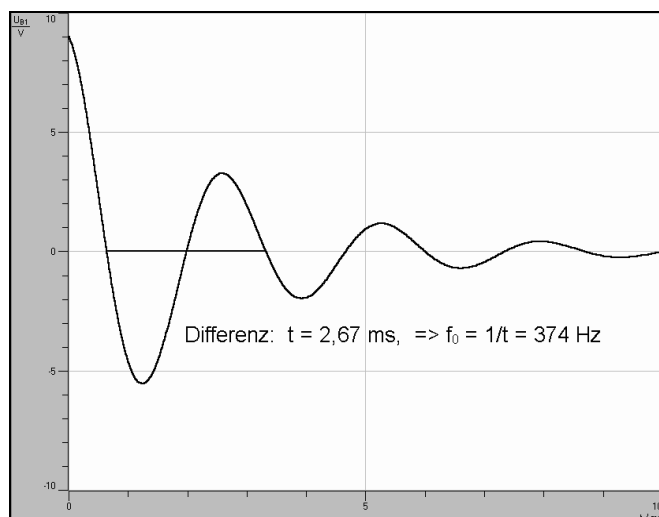


Abb. 3.1: Messung der Eigenfrequenz des Schwingkreises.

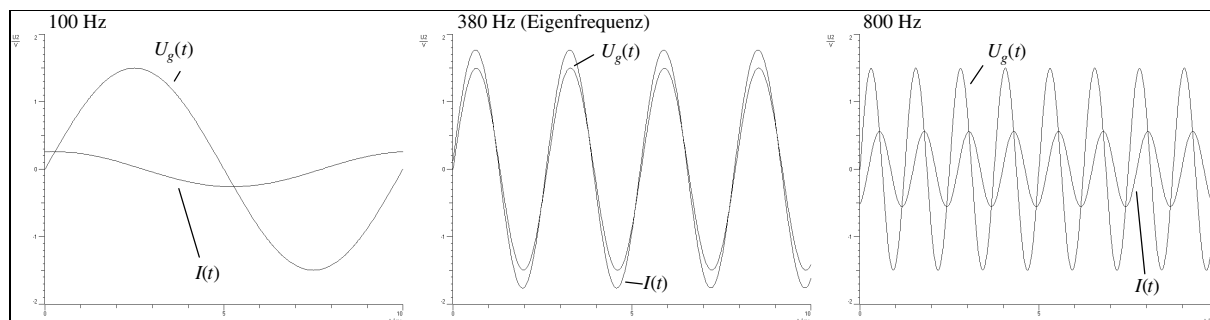


Abb. 3.2: Die Ausgangsspannung $U_g(t)$ des Sinusgenerators und die Stromstärke $I(t)$ im Schwingkreis bei verschiedenen Frequenzen.

In den Serienschwingkreis aus Spule und Kondensator wird ein Sinusgenerator, d. h. eine Wechselstromquelle mit variabler Frequenz, eingebaut. Die Spannungsamplitude wird konstant gehalten und die Frequenz variiert. Um zu sehen, wie der Schwingkreis auf diese äußere Anregung reagiert, wird der Zeitverlauf der Sinusgenerator-Spannung U_g und der elektrischen Stromstärke I im Serienkreis mit dem Sensor-CASSY bei verschiedenen Frequenzen aufgezeichnet und verglichen, siehe Abb. 3.2.

Anhand der Diagramme wird erarbeitet, dass der Schwingkreis immer sinusförmig und mit derselben Frequenz wie der Erreger schwingt. Allerdings ist der Stromverlauf $I(t)$ unterschiedlich weit gegen $U_g(t)$ verschoben. Diese Phasenverschiebung ist genau wie die Stromamplitude von der Erregerfrequenz abhängig.

Die Schüler formulieren das Ergebnis sinngemäß so: Offensichtlich schwingt der Schwingkreis immer mit der äußeren Frequenz mit, dies funktioniert aber umso besser, je genauer die äußere Anregung seiner „natürlichen Bewegung“ entspricht. Die Stromamplitude ist maximal in der Nähe der Eigenfrequenz des Schwingkreises.

Für den Effekt, dass der Schwingkreis bei einer Anregung in der Nähe der Eigenfrequenz am stärksten schwingt wird die Bezeichnung „Resonanz“ eingeführt.

Anmerkungen: Da die letzte Physikstunde aufgrund der Ferien fast drei Wochen zurücklag, ist die Wiederholung zu Beginn der Stunde recht ausführlich ausgefallen. Die Schüler brauchten diese Zeit auch, um sich wieder ins Thema zu finden. Es war mir wichtig alle Schüler noch einmal an die im folgenden benötigten Begriffe zu erinnern.

Der Aufbau des Versuchs zur Bestimmung der Eigenfrequenz eines Schwingkreises war den Schülern bekannt, da er bei der experimentellen Überprüfung der Formel $\omega = 1/\sqrt{LC}$ auf die gleiche Art durchgeführt worden war.

Dass der Schwingkreis sinusförmig und mit derselben Frequenz wie der Erreger schwingt erkannten die Schüler sehr schnell selbständig. Ebenso, dass die Stromamplitude von $I(t)$ in der Nähe der Eigenfrequenz f_0 des Schwingkreises ihren Maximalwert erreicht. Weniger Bedeutung hatten für sie die unterschiedlichen Phasendifferenzen zwischen I und $U_g(t)$.

3.2 Resonanzkurven (3./4. Stunde)

Ziele: Der mittlere Energiestrom vom Erreger zum Schwinger ist ein gutes und universelles Maß dafür, wie der Schwinger auf die äußere Anregung reagiert. Er ist genauso groß, wie die im Mittel vom Schwinger dissipierte Energie. Trägt man diesen Energiestrom über der Erregerfrequenz auf erhält man Resonanzkurven. Sie haben ihr Maximum bei der Eigenfrequenz, d. h. der Schwinger nimmt bei Resonanz am meiste Energie vom Erreger auf. Je größer die Dämpfung, desto breiter und flacher ist die Resonanzkurve.

Stundenverlauf: Nach einer Wiederholung der Ergebnisse der letzten Stunde wird das Phänomen der Resonanz genauer untersucht.

Die Schüler werden gefragt, ob es Vorteile hat, wenn man einen Schwingkreis von außen mit einem Sinusgenerator zu Schwingungen anregt. Sehr bald bemerkt ein Schüler, dass die so angeregte Schwingung „dauerhaft funktioniert“. Offensichtlich sei sie nicht gedämpft und klinge deshalb auch nicht ab. In einer kurzen Diskussion wird geklärt, dass die Schwingung selbstverständlich trotzdem gedämpft ist, im Widerstand wird Energie dissipiert. Allerdings werde dieser Energieverlust wohl durch den Erreger ausgeglichen. Vom Erreger fließt ein Energiestrom zum Schwingkreis, der genauso groß sein muss, wie der im Widerstand des Schwingkreises dissipierte Energiestrom.

Den Schülern wird vorgeschlagen, bei den folgenden Experimenten diesen Energiestrom zu betrachten. So könne man universelle Ergebnisse erhalten, die nicht nur für den Schwingkreis gelten, sondern sich auch auf mechanische Schwinger übertragen lassen.

Da im Schwingkreis ein Wechselstrom fließt, ist der Energiestrom P nicht konstant. Den Schüler ist schnell klar, dass der zeitliche Mittelwert \bar{P} bestimmt werden muss. Bei Gleichstrom gilt $P = U \cdot I = R \cdot I^2$. Bei Wechselstrom gilt dasselbe, wenn man U und I durch die jeweiligen Effektivwerte ersetzt. Den mittleren, im Widerstand des Schwingkreises dissipierten Energiestrom erhält man daher durch $\bar{P} = R \cdot I_{eff}^2$.

Für den folgenden Versuch mit dem elektrischen Schwingkreis wird das Power-CASSY verwendet. Es liefert eine Wechselspannung mit konstantem Effektivwert, deren Frequenz alle zwei Sekunden in 10-Hz-Schritten von 0 bis 1000 Hz erhöht wird. Gleichzeitig misst das Power-CASSY automatisch die Effektivstromstärke im Serienschwingkreis. Aus den Messwerten kann sowohl der im zeitlichen Mittel vom Power-CASSY zum Schwingkreis fließende Energiestrom, als auch, nach Eingabe des Widerstandes R als Parameter, der mittlere dissipierte Energiestrom berechnet werden. Beide werden während des Versuchs angezeigt. Sie können über der Erregerfrequenz aufgetragen und verglichen werden. Sie stimmen nahezu überein.

Der Versuch wird für drei verschiedene Dämpfungswiderstände durchgeführt, siehe Abb. 3.3. Dazu werden zum ohmschen Widerstand der Spule von $1,6 \Omega$ noch ein bzw. zwei $5,6 \Omega$ Widerstände in Reihe geschaltet.

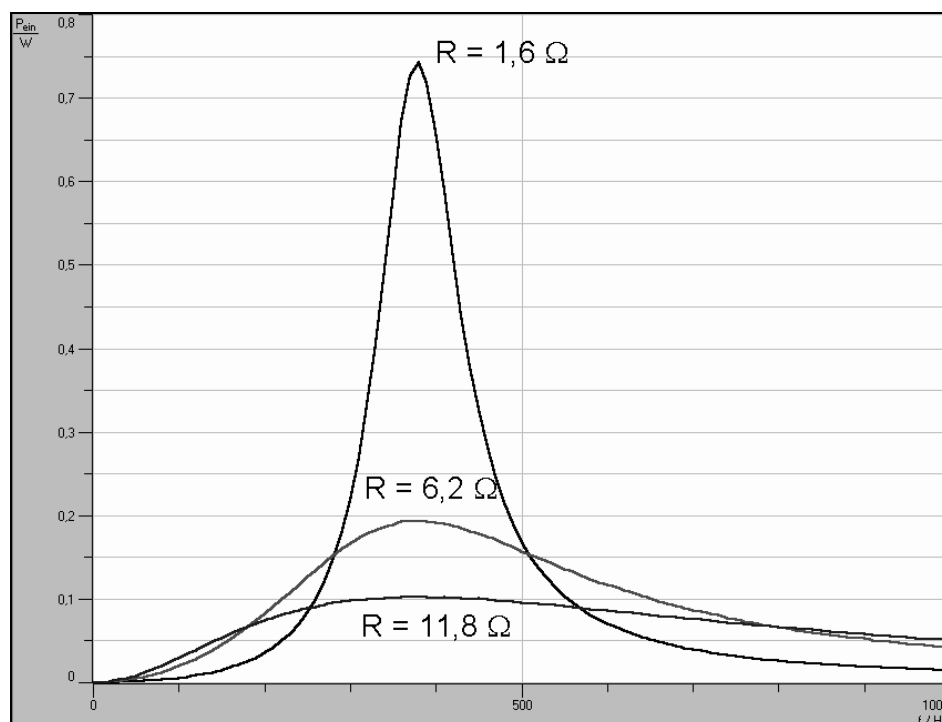


Abb. 3.3: Der mittlere Energiestrom vom Erreger zum Schwingkreis für drei verschiedene Dämpfungen. Das Maximum liegt jeweils bei der Eigenfrequenz (etwa 380 Hz).

Die Ergebnisse sind deutlich: Das Maximum der Kurven liegt jeweils bei 380 Hz. (Die Eigenfrequenz wird aufgrund der 10-Hz-Schritte nicht getroffen.) Schwingkreis und Erreger sind also bei der Eigenfrequenz in Resonanz, der Energiestrom zum Schwingkreis maximal.

Es wird diskutiert, welche Bedeutung es hat, dass die Resonanzkurve mit zunehmender Dämpfung breiter und flacher wird. Je kleiner die Dämpfung ist, desto stärker wird der Schwingkreis offensichtlich bei Resonanz zu Schwingungen angeregt. Allerdings muss die Eigenfrequenz recht genau getroffen werden. Bei größerer Dämpfung wird der Schwingkreis bei Resonanz nicht so stark schwingen, allerdings ist er in Bezug auf die Anregungsfrequenz nicht so „wählerisch“.

Um zu zeigen, dass die am Schwingkreis gewonnenen Ergebnisse auch auf mechanische Schwingungen übertragbar sind, wird ein Demonstrationsexperiment aufgebaut. Ein gut gelagerter, etwa 0,3 kg schwerer Wagen wird zwischen zwei etwa 40 cm langen Federn eingespannt. Die eine Feder ist fest am Lehrerpult verankert, die andere ist verbunden mit dem Exzenter auf der Achse eines Experimentiermotors mit regelbarer Drehzahl. Der Hub des Exzenters beträgt etwa 1 cm.

Bei kleiner Drehzahl folgt der Wagen zunächst nur der kleinen Bewegung des Exzenters. Wird die Drehzahl erhöht nimmt die Bewegung etwas zu, wird aber auch immer wieder abgebremst, da Wagen und Motor aus dem Takt kommen. (Das Einschwingen dauert wegen der geringen Dämpfung lange.) Bei einer bestimmten Frequenz fängt der Wagen aber plötzlich an sehr stark zu schwingen, die Amplitude beträgt über 25 cm. Bei noch höheren Frequenzen kommt der Wagen nicht mehr mit, er bewegt sich kaum noch.

Um zu zeigen, dass die Resonanzfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Federschwingers ist, wird der Wagen bei abgeschaltetem Motor ausgelenkt.

Anschließend werden Beispiele für Resonanz aus dem Alltag diskutiert. Die Schüler nennen z. B. klirrende Gläser in der Vitrine, die Resonanzkörper von Musikinstrumenten (die im allgemeinen gerade so gebaut sind, dass sie keine spezielle Resonanzfrequenz haben) und Autoteile, die bei bestimmten Drehzahlen anfangen zu vibrieren.

In den letzten 20 Minuten wird das Video zum Einsturz der Tahoma-Bridge in den USA aus den 30er-Jahren gezeigt. Es demonstriert deutlich, welche Auswirkungen die Resonanz auf schwingungsfähige Systeme mit geringer Dämpfung haben kann.

Anmerkungen: Die Einstellungen für das Power-CASSY Experiment zur Aufnahme der Resonanzkurven wurden nicht in der Stunde vorgenommen, sondern waren bereits vorbereitet. Sie sind relativ aufwendig, da einige Größen definiert werden müssen. Insbesondere wurde den Schülern auch nicht im einzelnen erläutert, wie der vom Power-CASSY abgegebene Energiestrom berechnet wurde.

Das mechanische Resonanzexperiment hat bei den Schülern großen Eindruck gemacht. Dass der Wagen trotz der kleinen Auslenkung des Exzenters so stark ins Schwingen kommt war für sie offenbar sehr überraschend. Auch das Video zum Einsturz der Tahoma-Bridge stieß auf großes Interesse. Sie stellten viele Fragen über den genauen Verlauf des Einsturzes, den Aufbau der Brücke, wie so etwas heute verhindert wird usw. Auch bei der Diskussion über Resonanzphänomene im Alltag waren sie sehr engagiert.

Man sieht daran deutlich, dass Vorgänge bei denen sich etwas bewegt doch wesentlich anschaulicher sind, als die eher abstrakten Experimente mit dem elektrischen Schwingkreis, die man nur indirekt über Messgeräte verfolgen kann. Dies zeigt, dass man auf die mechanischen Experimente auf keinen Fall ganz verzichten sollte, auch wenn es sicher vertretbar ist, die quantitativen Experimente zur Resonanz mit Schwingkreisen durchzuführen.

3.3 Einführung der harmonischen Analyse (5./6. Stunde)

Ziele: In dieser Doppelstunde soll das Prinzip der harmonischen Analyse eingeführt werden. Die Schüler sollen erkennen, dass eine gegebene Zeitfunktion in eine Summe von Sinusfunktionen zerlegt werden kann. Das Verfahren wird aber nicht mathematisch bewiesen, die Schüler sollen es nur auf einer anschaulichen Ebene verstehen. Sie sollen das Werkzeug anwenden können, d. h. die Darstellung der Spektren und die darin enthaltenen Aussagen physikalisch interpretieren können.

Stundenverlauf: Nach einer kurzen Wiederholung wird den Schülern mitgeteilt, dass in dieser Stunde ein wichtiges mathematisches Hilfsmittel der Physiker eingeführt werden soll: Die harmonische Analyse, bzw. Fourier-Analyse oder Spektralanalyse. Um dieses Werkzeug zu verstehen, sei zunächst etwas Mathematik unvermeidbar, obwohl die Berechnung der Spektren später vom Computer durchgeführt wird.

Der Unterricht beginnt mit der Fourier-Synthese. Untersucht wird die Summe von Sinusfunktionen der Form $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi)$ (\hat{y} ist die Amplitude, f die Frequenz, φ die Anfangsphase und y ein Platzhalter für verschiedene zeitabhängige physikalische Größen). Es werden zwei Spezialfälle untersucht:

– Sinusfunktionen mit gleicher Frequenz f , aber beliebigen Amplituden und Anfangsphasen. In diesem Fall ist die Summe ebenfalls wieder eine Sinusfunktion der Frequenz f .

– Sinusfunktionen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache einer Grundfrequenz f_0 sind. Die Summe ist zwar keine Sinusfunktion mehr, aber zumindest eine periodische Funktion, deren Frequenz gleich der Grundfrequenz f_0 ist, siehe Abb. 3.4. Dieses Ergebnis können die Schüler leicht einsehen: In der Zeit $T_0 = 1/f_0$ vollziehen beide Sinusfunktionen eine ganze Anzahl Schwingungen. Nach T_0 sind daher beide Sinusfunktionen, genauso wie ihre Summe wieder im selben Zustand, d. h. die Summenfunktion hat die Periodendauer T_0 . Im allgemeinen werden dieses und die anderen Ergebnisse aber nicht mathematisch bewiesen, sondern nur vorgestellt und mit Beispielen veranschaulicht. Dazu dient ein Computer mit einem Mathematikprogramm (z. B. Win-Funktion) und einem Videobeamer.

Nun wird behauptet, dass man durch die Addition der geeigneten Sinusfunktionen jede periodische Funktion erzeugen kann. Dies wird mit dem Computer anhand der Dreiecks-, Sägezahn- und Rechteckfunktion exemplarisch demonstriert. Auch die zugehörigen Reihenentwicklungen werden an der Tafel festgehalten und es wird mit dem Computer gezeigt, dass man umso mehr Summanden braucht, je genauer die Funktion dargestellt werden soll.

Wenn dieser Satz gilt, ist er selbstverständlich auch umkehrbar, d. h. jede periodische Funktion (mit der Frequenz f_0) kann in eine Summe von Sinusfunktionen zerlegt werden, deren Fre-

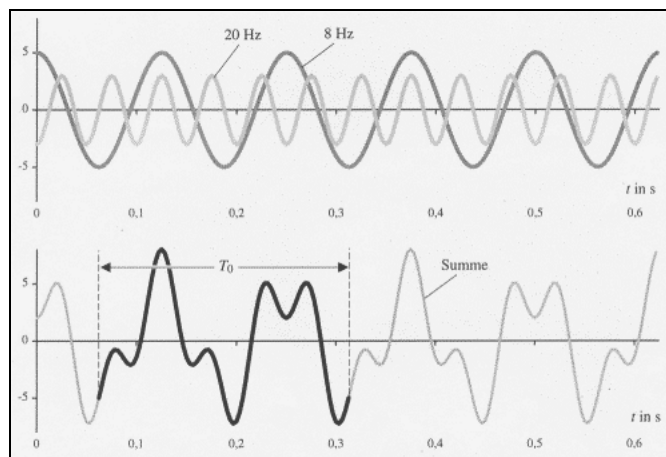


Abb. 3.4: Sind die Frequenzen zweier Sinusfunktionen ganzzahlige Vielfache von $f_0 = 4\text{Hz}$, so ist die Summe periodisch und hat ebenfalls die Frequenz $f_0 = 4\text{Hz}$.

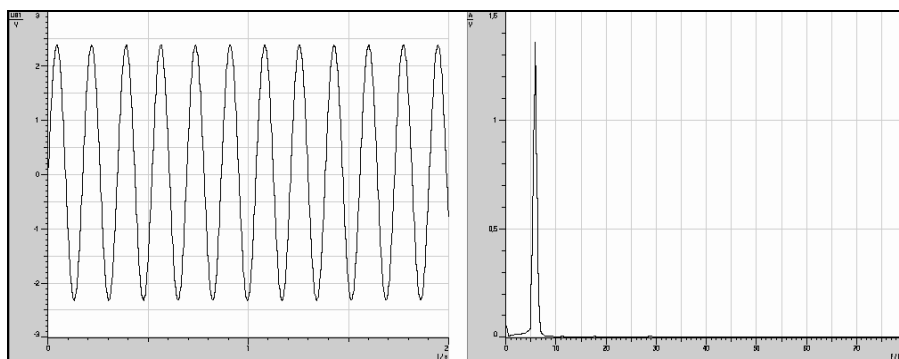


Abb. 3.5: Eine Sinusspannung und ihr Spektrum.

quenzen ganzzahlige Vielfache von f_0 sind. Damit wird der Schritt von der Fourier-Synthese zur Fourier-Analyse vollzogen. Schließlich wird ohne Beweis mitgeteilt, dass man diesen Satz noch für nicht periodische Funktionen verallgemeinern kann. Man erhält das Ergebnis:

1. Jede Funktion $y(t)$ lässt sich darstellen als Summe von Sinusfunktionen.
2. Ist $y(t)$ periodisch mit der Periodendauer T_0 , so sind die Frequenzen der Sinusfunktionen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz $f_0 = 1/T_0$.

Das zweite Ergebnis ist wichtig, da es erlaubt aus dem Spektrum einer Funktion zu schließen, ob sie periodisch ist. Dies wird später bei der Akustik verwendet.

Es bleibt die Frage zu klären, wie die vorkommenden Frequenzen und die zugehörigen Amplituden und Anfangsphasen bei der Zerlegung einer gegebenen Zeitfunktion bestimmt werden. Die Schüler sehen sofort ein, dass diese Aufgabe wohl sehr rechenaufwendig ist und deshalb sinnvollerweise dem Computer überlassen wird.

Die folgende Diskussion beschäftigt sich mit dem Problem, wie das Ergebnis der harmonischen Analyse übersichtlich dargestellt werden kann. Im allgemeinen interessiert man sich bei der Zerlegung für die Amplituden \hat{y} und weniger für die Anfangsphasen φ . Die Amplituden geben an, wie stark die Sinusfunktion mit einer bestimmten Frequenz f in der Zerlegung der gegebenen Zeitfunktion vertreten ist. Deshalb wird ein Diagramm ausgegeben, in dem die Amplituden über der zugehörigen Frequenz dargestellt sind, das sogenannte „Spektrum“. Es wird in der Diskussion sehr viel Wert darauf gelegt, dass zwei Diagramme zu berücksichtigen und sorgfältig zu unterscheiden sind:

- der Graph die Zeitfunktion $y(t)$ und
- das Spektrum, d. h. die Darstellung der Spektralfunktion $\hat{y}(f)$.

Um Vertrauen in das neue Werkzeug zu gewinnen werden Sinus-, Dreieck- und Rechteckspannungen aus einem Frequenzgenerator mit CASSY aufgezeichnet. Da die zugehörigen Fourier-Reihen schon vorkamen und vorher angeschrieben wurden, werden die Schüler aufgefordert das Aussehen der zugehörigen Spektren vorherzusagen. Diese Vorhersagen werden dann mit den vom Computer berechneten Spektren verglichen, siehe Abb. 3.5 und 3.6.

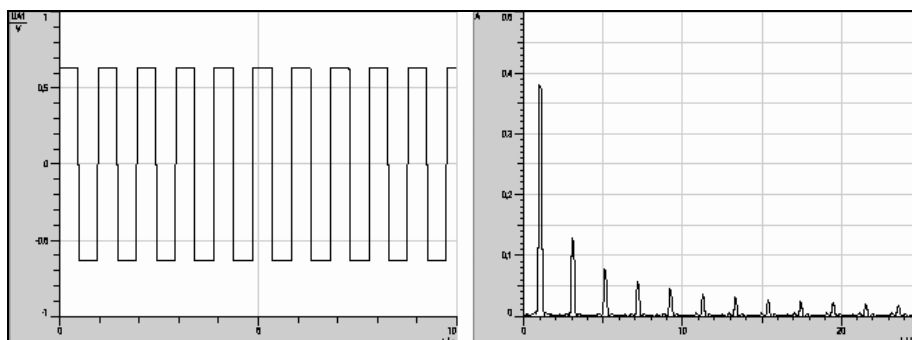


Abb. 3.6: Eine Rechteckspannung und ihr Spektrum.

Anmerkungen: Der Unterricht litt darunter, dass es an diesem Nachmittag sehr heiß und die Arbeitsbedingungen im Physiksaal durch die schlechte Luft nicht sehr gut waren. Die Schüler waren aufgrund der Hitze ziemlich träge und die Tatsache, dass die Klassen 5 bis 11 schon ab der 6. Stunde Hitzefrei hatten trug auch nicht zur Motivation bei. Trotzdem konnte mit dem hier beschriebenen Vorgehen die harmonische Analyse innerhalb einer Doppelstunde eingeführt werden.

Die wesentlichen Zusammenhänge wurden wohl auch verstanden, z. B. hatten die Schüler keine Probleme damit am Ende der Stunde das Aussehen der Spektren von Sinus-, Dreieck- oder Rechteckspannung vorherzusagen. Um richtig zu verstehen, wozu man die Spektren verwendet und wie sie zu interpretieren sind, ist es aber sicher noch zu früh. Dies kann erst durch die Anwendungen in den folgenden Stunden erreicht werden.

Die Demonstrationen mit dem Computer waren für die Schüler völlig überzeugend, obwohl die Beispiele natürlich keine Beweiskraft haben, wie den Schülern gegenüber auch betont wurde. Allerdings waren die Schüler auch nicht sonderlich beeindruckt, es stellte für sie keine besondere Überraschung dar, dass man Dreieck- Rechteck- oder Sägezahnfunktionen als Summe von Sinusfunktionen darstellen kann.

Insgesamt ist der Anteil der Mathematik in dieser Doppelstunde sicher sehr groß, und es stellt sich die Frage, ob man das Vorgehen nicht weiter straffen kann, indem man den Einstieg mit der Fourier-Synthese noch stärker zusammenkürzt. Insbesondere die Summe von Sinusfunktionen gleicher Frequenz wird später nicht benötigt. Auch die Aufsummierung von Sinusfunktionen verschiedener Frequenzen kann vielleicht kürzer gefasst werden, zumal die Schüler offensichtlich keine Probleme damit haben zu akzeptieren, dass jede periodische Funktion aus Sinusfunktionen zusammengesetzt werden kann.

3.4 Anwendungen I: Gekoppelte Schwinger (7./8. Stunde)

Ziele: Die Bewegung von gekoppelten Schwingern auf der Luftkissenbahn wird mit dem VideoCom-System aufgezeichnet. Diese Bewegungen sind im allgemeinen unregelmäßig. Trotzdem folgt die Bewegung einfachen Regeln, die man ohne aufwendige Rechnung durch eine Analyse der Spektren erhält:

Im Spektrum eines n -fach Schwingers gibt es n Peaks, die bei jedem Versuch bei denselben Frequenzen sind. Das System kann n Eigenschwingungen durchführen, bei denen sich jeder Körper sinusförmig bewegt. Die allgemeine Bewegung ist eine Überlagerung dieser Eigenschwingungen.

Stundenverlauf: Zunächst werden die Ergebnisse der letzten Stunde wiederholt. Ergänzt wird diese Wiederholung durch ein Experiment: Die Bewegung eines Federpendels auf der

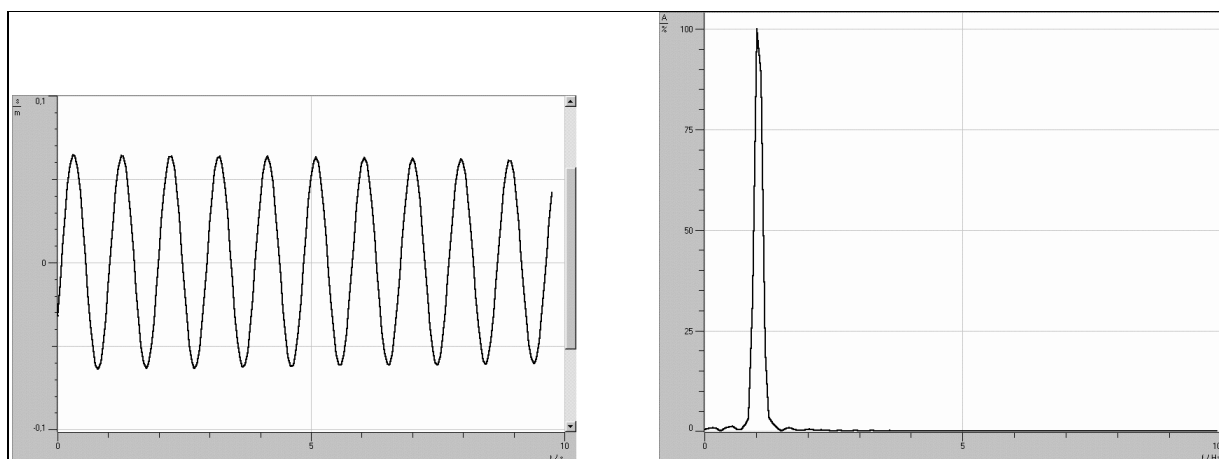


Abb. 3.7: Ein Federschwingers auf der Luftkissenbahn, (a) Bewegung, (b) Spektrum.

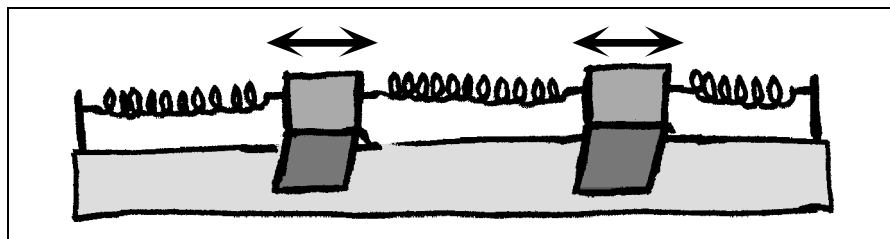


Abb. 3.8: Schematischer Aufbau des Doppelschwingers auf der Luftkissenbahn.

Luftkissenbahn wird mit der VideoCom aufgezeichnet, Abb. 3.7. Die VideoCom und ihre Funktionsweise ist den Schülern bereits vertraut. Neu ist allerdings die Berechnung des Spektrums der gemessenen Ortskurve $x(t)$. Dazu muss unter Auswertung der Punkt „FFT berechnen“ ausgewählt und anschließend der gewünschte Bereich des $x(t)$ -Verlaufs markiert werden. Dies wird den Schülern demonstriert.

Die Schüler können das Aussehen des Spektrums vorhersagen, es hat einen „Zacken“, der bei der Eigenfrequenz des Federpendels liegt. Für diese „Zacken“ im Spektrum wird die Bezeichnung „Peak“ eingeführt.

Außerdem wird diskutiert, dass der Verlauf des Spektrums zeigt, dass die Bewegung tatsächlich sinusförmig ist: Wenn sie als Summe einer einzigen Sinusfunktion darstellbar ist, muss es sich selbst um eine Sinusfunktion handeln. (Da die Differenzialgleichung der Schwingung nicht behandelt worden war, hatten wir dies bisher nur aus dem Aussehen der Kurven geschlossen, das Spektrum bestätigt noch einmal diese Vermutung.)

Nun sollen interessantere und nicht so leicht vorhersagbare Bewegungen untersucht werden. Da noch weitere Gleiter und Federn bereitliegen, kommt als Antwort auf die Frage, welche Bewegungen man betrachten könnte, schnell der Vorschlag mehrere Gleiter mit Federn aneinander zu hängen.

Die Schüler verbinden zwei Gleiter mit drei Federn zu einem Doppelschwinger, siehe Abb. 3.8, und richten unter Anleitung auch die VideoCom so aus, dass beide erfasst werden.

Es folgt eine längere Experimentierphase. Mehrmals werden die Gleiter angestoßen und ihre Bewegung aufgezeichnet, Abb. 3.9 zeigt ein Beispiel. Die Bewegung der Gleiter ist in den verschiedenen Versuchen unterschiedlich und die Schüler erkennen schnell, dass die Bewegung davon abhängt, wie die Gleiter zu Beginn angestoßen bzw. ausgelenkt werden. Es wird auch deutlich, dass die Bewegung im allgemeinen nicht regelmäßig ist.

Allerdings zeigen die Spektren eine Systematik. Das Spektrum hat jeweils zwei Peaks, die immer bei den gleichen Frequenzen auftauchen. Nur die Höhe der beiden Peaks unterscheidet sich zwischen den Experimenten. Die Bedeutung dieser Beobachtung wird diskutiert. Die

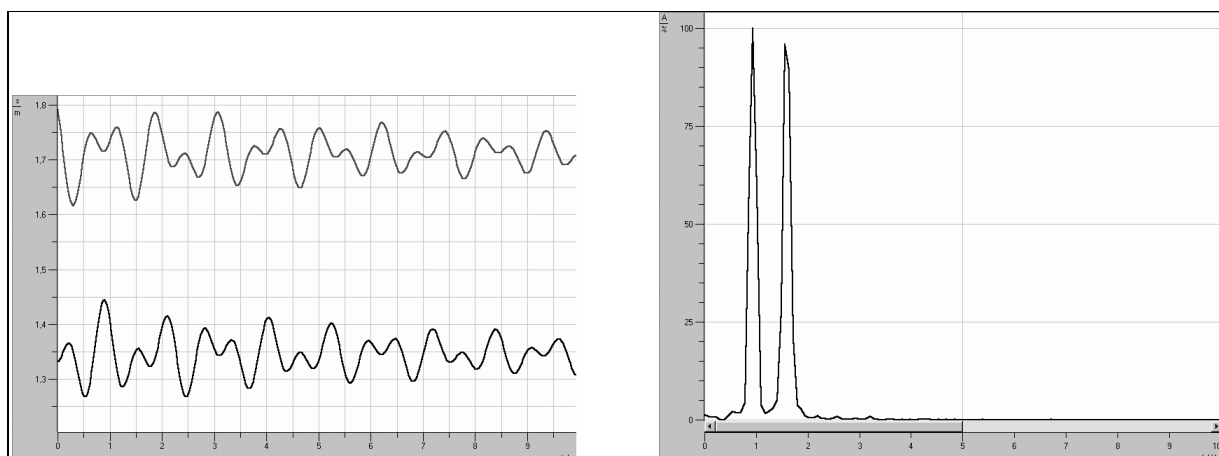


Abb. 3.9: (a) Die Bewegung beim Doppelschwinger, (b) Das Spektrum hat 2 Peaks.

Schüler erkennen, dass die Bewegung der beiden Gleiter die Summe zweier Sinusbewegungen mit festen Frequenzen ist. Es wird auch erkannt, dass die Amplituden der beiden Sinusbewegungen bei den Versuchen unterschiedlich sind. Den Schülern wird die Frage gestellt, welche Bewegung übrig bleibt, wenn die Amplitude von einer der Sinusbewegungen verschwindet. Tatsächlich ist eine solche Bewegung näherungsweise schon vorgekommen, die Schüler hatten die Gleiter etwa gleich stark nach außen ausgelenkt und dann losgelassen.

Sie haben näherungsweise die 2. Eigenschwingung des Doppelschwingers angeregt, Abb. 3.10. Der linke Peak im Spektrum ist nur schwach ausgeprägt, die Gleiter schwingen gegeneinander und etwa sinusförmig. Es gelang den Schülern auch sehr schnell die 1. Eigenschwingung zu finden und anzuregen, Abb. 3.11. Hier schwingen die Gleiter parallel, der rechte Peak im Spektrum ist diesmal nahezu null.

Nach dieser recht langen Experimentierphase werden die Ergebnisse geordnet und dokumentiert. Für die beiden Grundschwingungen, aus denen sich die allgemeine Bewegung des Doppelschwingers zusammensetzt wird der Begriff Eigenschwingung eingeführt: Der Doppelschwinger hat zwei Eigenschwingungen mit den beiden Eigenfrequenzen f_1 und f_2 .

Anschließend werden die Schüler gefragt, ob sie glauben, dass es auch beim Doppelschwinger Resonanz gibt, wenn er von außen angeregt wird. Da keine Einigung erzielt wird, wird entschieden die Frage experimentell zu klären. Löst man die äußere Befestigung einer der äußeren Federn, kann man durch waagerechte Handbewegung das System zu Schwingungen anregen. Tatsächlich kann man so leicht zwei Resonanzschwingungen anregen, nämlich die beiden Eigenschwingungen. Die Frage der Resonanz ist also schnell geklärt: Es ist wie bei einfachen Schwingern, die Eigenfrequenzen sind gleichzeitig die Resonanzfrequenzen. Beim Doppelschwinger tritt daher bei zwei verschiedenen Frequenzen Resonanz auf.

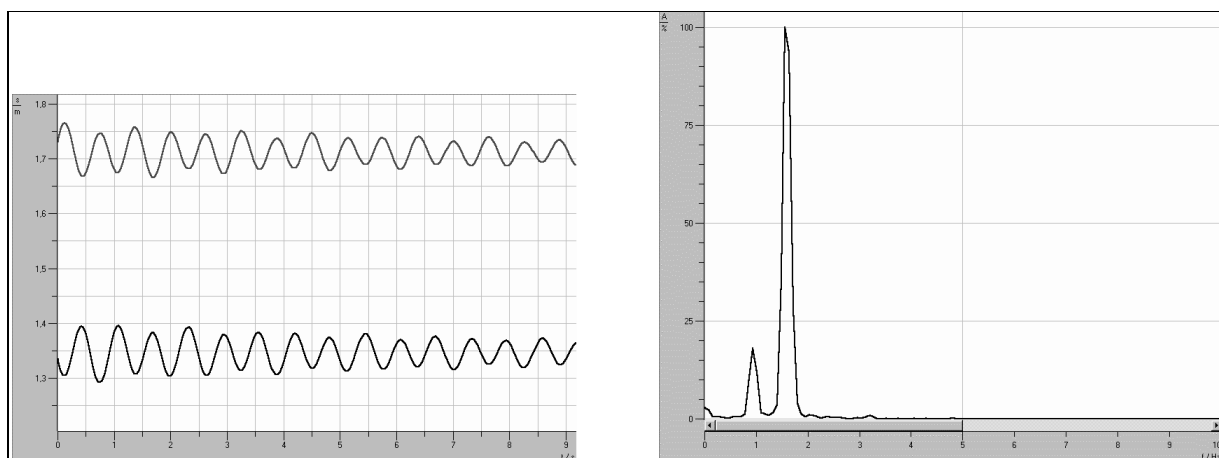


Abb. 3.10: Die 2. Eigenschwingung ist nicht exakt getroffen, (a) Bewegung, (b) Spektrum.

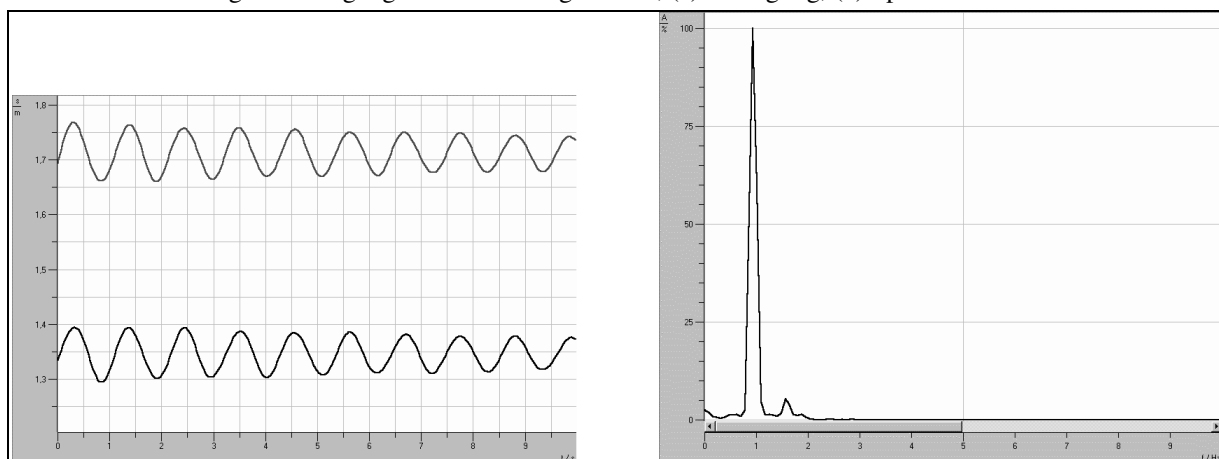


Abb. 3.11: Die 1. Eigenschwingung, (a) Bewegung, (b) der rechte Peak im Spektrum ist fast verschwunden.

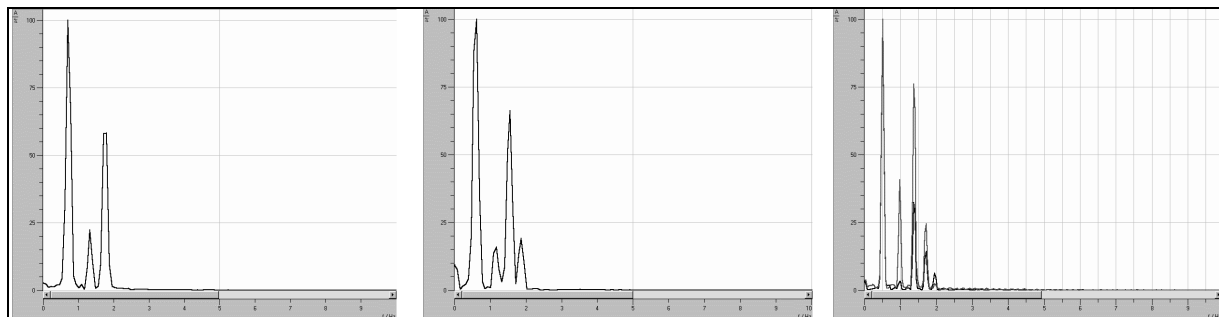


Abb. 3.12: Spektrum von (a) Dreifachschwinger, (b) Vierfachschwinger, (c) Fünffachschwinger. Die Zahl der Peaks entspricht der Zahl der aneinandergesetzten Gleiter.

Nachdem dies dokumentiert wurde folgt eine weitere Experimentierphase: Es wird ein weiterer Gleiter hinzugefügt. Auch der Dreifachschwinger wird mehrmals angestoßen und die Bewegung aufgezeichnet. Im Spektrum findet man jeweils drei Peaks, Abb. 3.12a. Die Schüler sind davon nicht sehr überrascht und schließen sofort, dass das System drei Eigenschwingungen besitzt. Sie versuchen auf eigene Initiative den Dreifachschwinger so anzustoßen, dass eine Eigenschwingung zu beobachten ist. Mit etwas probieren und Hilfe werden alle Eigenschwingungen gefunden. Schon vor dem hinzufügen eines weiteren Gleiters sagen die Schüler voraus, dass das Spektrum nun vier Peaks haben wird. Tatsächlich ist dies im Experiment zu beobachten, Abb. 3.12b. Mit dem vorhandenen Material kann auch noch ein Fünffachschwinger aufgebaut werden. Im Spektrum finden sich wie erwartet fünf Peaks, Abb. 3.12c. Allerdings erweist es sich als schwierig die Gleiter so anzustoßen, dass alle fünf Peaks im Spektrum deutlich ausgeprägt sind. Auch die Ergebnisse für n -fach-Schwinger werden zusammengefasst und kurz dokumentiert.

Zum Ende der Stunde stellt ein Schüler die Frage, wie die Eigenschwingungen des Vierfach- und Fünffachschwingers aussehen. Obwohl es nicht vorgesehen war, wird kurz eine Regel dazu an der Tafel erläutert. (Die Schwinger werden in gleichem Abstand auf einer Strecke verteilt. Jetzt werden Sinuskurven mit 1 bis n Bäuchen über die Strecke gezeichnet. Die Abstände zu den Sinuskurven nach oben bzw. unten geben an, wie weit die Schwinger am Anfang nach rechts bzw. links ausgelenkt werden müssen. Bei $n+1$ Bäuchen geht die Kurve gerade durch die Schwinger. Die Regel funktioniert aber nur richtig, wenn gleiche Gleiter und Federn verwendet werden.)

Anmerkungen: Es ist bemerkenswert, wie hervorragend die Experimente mit den gekoppelten Gleitern auf der Luftkissenbahn mit Hilfe der VideoCom auszuwerten sind. Die Justierung ist mit etwas Erfahrung schnell zu bewerkstelligen und die Aufzeichnung der Bewegungen der Gleiter dann unkompliziert möglich. Es können auch problemlos mehrere Experimente zügig hintereinander ausgeführt werden. Die Peaks sind in den Spektren zuverlässig zu beobachten. Man muss aber etwas darauf achten, die Bewegung welchen Gleiters man für die harmonische Analyse auswählt. Bei drei Gleitern ist z. B. der mittlere Gleiter bei der 2. Eigenschwingung in Ruhe. Dies hat zur Folge, dass in seinem Spektrum der mittlere Peak bestenfalls sehr schwach ausgeprägt ist. Allerdings ist es grundsätzlich empfehlenswert die Spektren für alle erfassten Gleiter zu berechnen und übereinander zeichnen zu lassen. So sieht man, dass die Peaks für alle Gleiter bei denselben Frequenzen liegen, außerdem werden die Peaks deutlicher, da die Anteile der Eigenschwingungen für die Gleiter unterschiedlich sind.

Bei den Experimenten haben einige Schüler recht viel Engagement gezeigt. Sie haben immer wieder andere Startbedingungen ausprobiert, entweder um die Eigenschwingungen zu ermitteln, oder gerade umgekehrt alle Peaks möglichst ausgeprägt zu sehen.

3.5 Anwendungen II: Akustik (9. Stunde)

Ziele: Mit Spektren verschiedenster Geräusche erhält man schnell viele Eigenschaften der Schallwellen: Die Tonhöhe steigt mit der Frequenz, man hört Schallwellen zwischen ca. 20 und 20 000 Hz, im Spektrum von Musikinstrumenten gibt es Grund- und Obertöne usw.

Stundenverlauf: Nach einer Wiederholung der Mehrfachschringer werden die Schwingungen einer Saite bzw. eines Gummiseils untersucht. Dazu wird ein Experiment durchgeführt, bei dem ein Gummiband über die Länge des Lehrertisch eingespannt wird, auf einer Seite fest, auf der anderen Seite in einen Motor. Mit dem Motor kann dieses Ende mit regelbarer Frequenz harmonisch auf und ab bewegt werden, das Gummiband wird so zu Schwingungen angeregt. Bei bestimmten Frequenzen bilden sich im Gummiband stehende Wellen, die mit stroboskopischer Beleuchtung beobachtet werden.

Es wird erarbeitet, dass das Gummiband den Mehrfachschringern recht ähnlich ist, allerdings sind Federn und Massen nicht mehr räumlich zu trennen, es handelt sich daher im Prinzip um „unendlich viele“ gekoppelte Schwingen. Die stehenden Wellen sind die Eigenschwingungen des Gummibands, die entsprechenden Frequenzen sind die Eigenfrequenzen und es tritt Resonanz auf. Die Eigenschwingungen werden an der Tafel skizziert, und die Namen Grund- und Oberschwingungen dafür eingeführt. Ein Vergleich mit dem Stroboskop zeigt, dass die Frequenzen der Oberschwingungen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind. Es wird diskutiert, warum dies bei den Mehrfachschringern nicht der Fall ist, z. B. waren die Eigenfrequenzen unseres Doppelschringers etwa 0,9 und 1,5 Hz. (Dies gilt nur für ganz bestimmte Verhältnisse der Massen bzw. Federkonstanten.)

Die Schüler werden gefragt, an was sie das Experiment erinnert. Schnell werden Saiteninstrumente genannt, bei denen die Verhältnisse genauso sind wie bei dem Gummiband. Dies dient als Überleitung zur Akustik. Zunächst wird gesammelt, was die Schüler bereits über Schall und Schallwellen wissen. Dies wird in der Diskussion ergänzt und kurz festgehalten: „Schallwellen sind Druckschwankungen der Luft, sie bewegen sich mit etwa 330 m/s und sind hörbar wenn die Druckschwankung etwa $2 \cdot 10^{-5}$ Pa beträgt (der fünfmilliardste Teil des Luftdrucks von etwa 10^5 Pa).“

Jetzt wird die Funktionsweise von Lautsprecher und Mikrofon besprochen. Ein Lautsprechermodell, bei dem die Membran mit Spule nur lose über einen Dauermagneten gestülpt ist, dient zur Anschauung. Das Modell wird zunächst mit einer Batterie, anschließend mit einem Sinusgenerator verbunden. Da die Elektrodynamik vorher behandelt wurde, ist die Funktionsweise des Lautsprechers, genau wie die Umkehrung im Mikrofon schnell geklärt.

Ein richtiger Lautsprecher wird mit dem Sinusgenerator verbunden und die Frequenz „durchgefahren“. Bei sehr kleinen Frequenzen ist deutlich der Hub der Membran zu sehen, aber kein Ton zu hören. Es wird deutlich, dass die Tonhöhe mit der Frequenz zunimmt. Die obere Hörgrenze der Schüler wird ermittelt, sie beträgt zwischen 17 000 und 19000 Hz.

Jetzt werden mit CASSY und einem daran angeschlossenen Mikrofon verschiedene Geräusche aufgezeichnet und die Spektren verglichen. Das CASSY ist dabei so eingestellt, dass die Maximalfrequenz im Spektrum 10 000 Hz beträgt.

Zunächst werden Sinus-, Dreieck- und Rechteckspannungen vom Frequenzgenerator auf den Lautsprecher gegeben. Die Spektren haben wieder den bekannten und erwarteten Verlauf. Obwohl die Tonhöhe jeweils gleich ist, ist die „Klangfarbe“ unterschiedlich. Der Sinuston erzeugt als Klangeindruck einen reinen und sterilen Ton. Die Verschiebung des Peaks im Spektrum eines Sinustons zeigt, dass die Verdoppelung der Frequenz jeweils einem Oktavschritt entspricht. Im Spektrum einer Stimmgabel sieht man, dass der „Kammerton a“ die Frequenz 440 Hz hat.

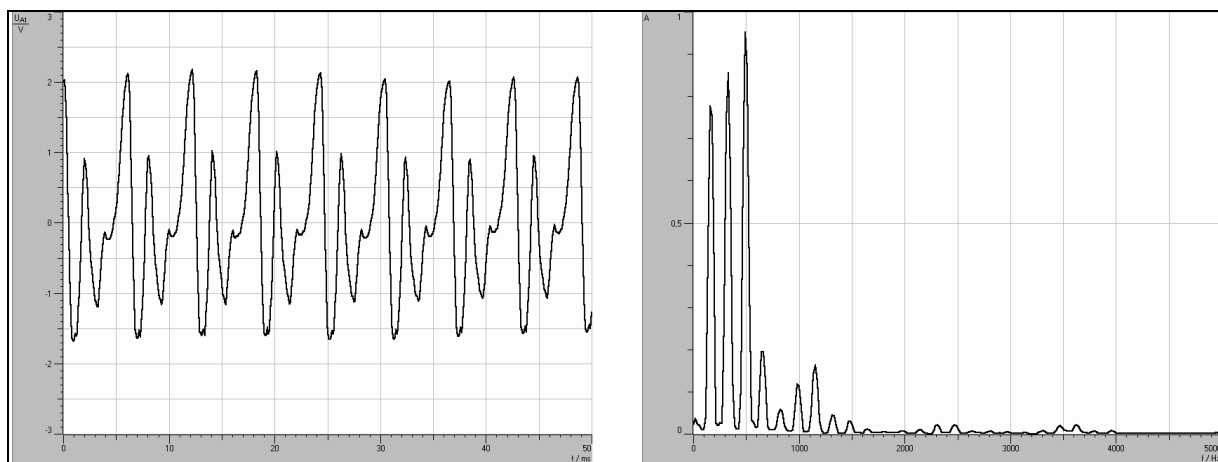


Abb. 3.13: (a) Mit einem Mikrofon wird der Ton einer Pflife aufgezeichnet, das Signal ist periodisch. (b) Das Spektrum zeigt die Verteilung von Grundton und Obertönen, die Peaks sind äquidistant.

Die Töne verschiedener Musikinstrumente, aber auch gesungene und gepflifene Töne werden als nächstes untersucht. Sie alle zeigen im Spektrum die äquidistanten Peaks von Grundton und Obertönen, dass Mikrofonsignal ist periodisch. Die Verteilung der Obertöne im Spektrum unterscheidet sich zwischen den Instrumenten und bestimmt ihre Klangfarbe. Abb. 3.13 zeigt exemplarisch das Signal und Spektrum einer Pflife.

Andere Geräusche, wie Klatschen, Rauschen usw. zeigen keine Regelmäßigkeiten im Spektrum.

Anmerkungen: Die Darstellung akustischer Spektren ist vielen Schülern bereits bekannt, da viele Computerprogramme zum Abspielen oder Bearbeiten von Musik solche Spektren graphisch anzeigen. Die physikalische Bedeutung dieser Darstellung kennen sie aber meist nicht. Auch die an vielen Geräten vorhandenen Equalizer zur Klangeinstellung werden im allgemeinen nur „heuristisch“ verwendet.

Aufgrund der mündlichen Abiturprüfungen stand an diesem Tag statt der planmäßigen Doppelstunde nur eine Stunde zur Verfügung. Dadurch war der Unterricht sehr gedrängt, und es war am Ende der Stunde nicht mehr möglich, die aus der Analyse der Spektren gewonnenen Ergebnisse zu dokumentieren. Um in der nächsten Stunde trotzdem die weiteren Anwendungen besprechen zu können, und auch weil die Akustik und die elektro-magnetischen Wellen im KPK-Skript der Schüler nicht vorkommen, habe ich zu diesen Themen drei Seiten zusammengestellt, die zu Beginn der nächsten Stunde ausgeteilt wurden (siehe Anhang).

3.6 Anwendungen III: Elektro-magnetische Wellen (10./11. Stunde)

Ziele: In der Doppelstunde werden die elektro-magnetischen Wellen eingeführt. Als Anwendung der harmonischen Analyse sollen die Schüler das Gas in Spektrollampen mit Handspektrometern identifizieren. Eine weitere Anwendung ist der Mittelwellenempfang mit Hilfe eines Detektorradios. Die Schüler sollen Aufbau und Funktionsweise des Detektorradios kennenlernen.

Stundenverlauf: Zunächst wurden die Blätter ausgeteilt, die das Skript der Schüler um die akustischen und elektro-magnetischen Wellen ergänzen sollen. Dann beginnt die Stunde mit einer knappen Wiederholung der Ergebnisse zur Akustik. Dazu dienen Folien, auf denen die wichtigsten Experimente und ihre Ergebnisse zusammengefasst sind.

Nach der Wiederholung erfahren die Schüler, dass nach den Schallwellen nun die elektro-magnetischen Wellen betrachtet werden sollen. Die Schüler werden gefragt, ob sie Beispiele für elektro-magnetische Wellen nennen könnten, die man aus dem Alltag kennt, und wüßten wie schnell sich elektro-magnetische Wellen durch den Raum bewegen. Es stellt sich heraus,

dass den Schülern nicht klar ist, dass es sich bei Licht um elektro-magnetische Wellen handelt. Daher ist ihnen natürlich auch nicht klar, dass ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit ist. Nachdem ihnen Licht als Beispiel genannt wurde, kann aber ein Schüler den Wert der Lichtgeschwindigkeit nennen.

Die Entstehung und Ausbreitung elektro-magnetischer Wellen wird anschließend anhand einer Folie angedeutet. Auf der Folie befinden sich Ausschnitte aus dem KPK-Elektrodynamik-Band, allerdings war das entsprechende Kapitel bei der Elektrodynamik nicht mehr behandelt worden. Die Schüler werden mit Hilfe der Folie daran erinnert, dass ein sich änderndes elektrisches Feld in seiner Umgebung ein magnetisches Feld erzeugt und umgekehrt. Ändert sich das erzeugende Feld nicht linear mit der Zeit, so ist das erzeugte Feld nicht konstant und erzeugt wiederum ein Feld usw. Elektro-magnetische Wellen sind elektrische und magnetische Felder, die sich mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum bewegen und sich dabei gegenseitig immer wieder durch Induktion erzeugen und vernichten.

Ein Bild auf der Folie zeigt den weiten Frequenzbereich harmonischer elektro-magnetischer Wellen. Dazu wird zunächst geklärt, dass die elektro-magnetischen Wellen im allgemeinen ein großes Durcheinander bilden, diese Durcheinander aber selbstverständlich auch in harmonische Komponenten zerlegt werden kann. Es ist in der Abbildung auch vermerkt, wozu Wellen dieser Frequenzen technisch verwendet werden, bzw. welche Frequenzen die durch natürliche Vorgänge erzeugten Wellen besitzen. Da der Radarbereich zwischen den Fernsehwellen und dem sichtbaren Licht liegt, beides Bereiche die scheinbar harmlos sind, stellt ein Schüler die Frage wieso die Radarwellen so gefährlich seien. Angeregt wurde er dazu durch die Berichte über strahlenkranke Radartechniker der Bundeswehr. Dies führt zu einer Diskussion über die Gefahren der elektro-magnetischen Wellen im allgemeinen, von den Schülern werden die Stichworte Elektrosmog und Handy genannt. Die Schüler sind an diesen Fragen sehr interessiert, da die Zeit aber drängt muss die Diskussion nach einigen Minuten in eine andere Richtung gesteuert werden. Zwei Frequenzb. der elektro-magnetischen Wellen sollen genauer untersucht werden: Das sichtbare Licht und der Rundfunkbereich.

Zunächst wird das Licht betrachtet. Mit einem Prisma wird das weiße Licht des Overhead-Projektors auf der Wand aufgespalten. Den Schülern wird dazu erklärt, dass das Prisma eine harmonische Zerlegung des Lichts durchführt, in dem die verschiedenen Komponenten umso stärker zur Seite gebrochen werden, je größer ihre Frequenz ist. Zu jeder Frequenz gehört eine Farbe, von rot bei $3,75 \cdot 10^{14}$ Hz bis blau/violett bei $7 \cdot 10^{14}$ Hz. So entsteht ein kontinuierliches optisches Spektrum. Das weiße Licht ist eine Überlagerung all dieser Farben.

Es wird erläutert, dass man dies bei der Spektralanalyse benutzt, um die in einer Materialprobe enthaltenen Stoffe zu identifizieren. Das ist möglich, da jeder Stoff nur Licht ganz bestimmter Frequenzen absorbieren und aussenden kann. Die Schüler erhalten die Aufgabe im folgenden Versuch das in verschiedenen Gasentladungslampen verwendete Gas zu ermitteln. Dazu erhalten sie Handspektrometer und verschiedene Spektraltafeln. Es stellt sich heraus, dass einige Schüler bereits im Chemie-Leistungskurs mit den Handspektrometern gearbeitet haben. Der Raum wird abgedunkelt, und nacheinander einige Spektrallampen aufgebaut, wobei die Schüler die Beschriftung nicht erkennen können. Manche Gase werden sehr schnell erkannt, bei anderen gibt es leider keine Abbildung der Spektren in den Tafeln. Der Abbau des Experiments gibt den Schülern anschließend Gelegenheit für eine Pause.

Nach der Pause wird der Rundfunk angesprochen. Für Radio und Fernsehen werden elektro-magnetische Wellen mit Frequenzen zwischen 100 kHz und 100 MHz verwendet. Das für Mittelwellensender verwendete Verfahren der Amplitudenmodulation wird anhand von Abbildungen auf einer Folie erklärt. Diese Folie, auf der auch die Komponenten des Detektorradios und ihre Funktion erklärt sind erhalten die Schüler später als Kopie, sie ist im Anhang abgedruckt.

Da von einem Schüler danach gefragt wird, wird auch noch kurz die Frequenzmodulation an der Tafel skizziert und ihre Vorteile genannt.

Mit Hilfe der Folie wird nun der Aufbau des Detektorradios erarbeitet. Zunächst benötigt man eine Antenne. Ein Schüler kommt darauf, dass man einen Schwingkreis verwenden kann, um aus dem Durcheinander des Antennensignals die Sendefrequenz des Radiosenders auszufiltern. Die Funktion des Kopfhörers und der Diode wird geklärt.

Anschließend wird ein Detektorradio in Betrieb genommen. Statt dem Kopfhörer wird ein Verstärker mit Lautsprecher verwendet. Es wird betont, dass das Radio bei Benutzung des Kopfhörers ohne Stromversorgung funktioniert. Das Ausgangssignal wird vor und nach der Gleichrichtung mit Hilfe eines Oszilloskops gezeigt.

Die letzten 15 Minuten der Stunde werden verwendet um Fragen für die Klassenarbeit zu klären.

Anmerkungen: Überrascht wurde ich in dieser Stunde vom starken Interesse der Schüler an den von elektro-magnetischen Wellen ausgehenden Gefahren. Durch Medienberichte scheinen sie dafür sensibilisiert zu sein, gleichzeitig sind viele Jugendliche intensive Handynutzer.

Bei den Experimenten mit den Gasentladungslampen ergibt sich das Problem, dass viele Gase in den Lampen nicht in atomarer Form vorliegen, z. B. H_2 , N_2 usw. In den Spektraltafeln sind aber meist nur die atomaren Spektren zu finden, die Molekülspektren unterscheiden sich davon aufgrund zusätzlicher Freiheitsgrade (Rotations- und Oszillationsbanden) erheblich.

Damit das Detektorradio funktioniert, müssen starke Mittelwellensender zu empfangen und die Bauteile aufeinander abgestimmt sein. Für den Empfängerschwingkreis wird ein Drehkondensator und eine passende Spule verwendet. Sehr wichtig sind Erdung und Antenne. Der Antennendraht sollte mindestens 10 m lang sein und ins Freie geführt werden. Als Diode wird eine Germanium-Diode verwendet. Statt einem Kopfhörer wird ein Verstärker mit Lautsprecher eingesetzt, damit alle das Radioprogramm gleichzeitig hören können.

3.7 Klassenarbeit (12. Stunde)

In dieser Stunde wurde eine Klassenarbeit über den Stoff der pädagogischen Arbeit und die davor behandelten Grundlagen der Schwingungen geschrieben. Wie es für die Klassenarbeiten in den Jahrgängen 12 und 13 des Walahfrid-Strabo-Gymnasiums üblich ist, war der Termin vom Oberstufenleiter festgelegt. Da ich in dieser Woche bereits mit einer 7. Klasse im Landschulheim war, und auch der Fachlehrer mit seiner Klasse unterwegs war, musste die Arbeit von einem anderen Physiklehrer beaufsichtigt werden. Obwohl an diesem Montag eigentlich eine Doppelstunde zur Verfügung stand, habe ich die Arbeit daher für eine Zeitstunde entworfen. Einige Ergebnisse der Arbeit finden sich in der Schlußbetrachtung im nächsten Kapitel, die Arbeit selbst ist im Anhang abgedruckt.

4. Schlussbetrachtung

Ausgangspunkt dieser Arbeit war die Absicht, die harmonische Analyse einzuführen und als Hilfsmittel zur Behandlung der Schwingungslehre einzusetzen. Obwohl traditionell kein Thema der Schulphysik, ist die harmonische Analyse aufgrund ihrer Bedeutung und Nützlichkeit für die Physik sicher ein lohnenswertes Lernziel.

Nachdem zunächst noch die Resonanz bei erzwungenen Schwingungen behandelt wurde, konnte das Werkzeug harmonische Analyse in sieben Unterrichtsstunden eingeführt und an verschiedenen Beispielen angewendet und veranschaulicht werden. In kurzer Zeit konnten so viele wichtige physikalische Ergebnisse gewonnen werden. So wurden etwa die gekoppelten Schwingungen innerhalb von zwei Stunden untersucht und die wichtigsten Eigenschaften dieser Systeme erarbeitet. Problematisch waren allerdings die letzten drei Unterrichtsstunden, in denen die Akustik und die elektro-magnetischen Wellen behandelt wurden. Da die Grundlagen der Wellenlehre fehlten, konnten die akustischen und elektro-magnetischen Wellen nur oberflächlich angesprochen werden. Man hatte das Gefühl etwas unsanft über diese Themen hinweg zu stolpern. Es wäre sicher besser gewesen, nach den gekoppelten Schwingern zunächst die Wellen gründlich einzuführen, und die harmonische Analyse dann an passender Stelle bei den akustischen und elektro-magnetischen Wellen wieder aufzugreifen. Hätte ich die ganze Einheit Schwingungen und Wellen in dem Kurs unterrichtet und die Zeit frei einteilen können, wäre ich sicher auch so vorgegangen. Aufgrund der durch die pädagogische Arbeit gesetzten Rahmenbedingungen war dieses strukturelle Problem der Unterrichtseinheit aber nicht zu vermeiden. Trotz dieser Einschränkungen wurden, dank der harmonischen Analyse, auch bei der Akustik und den elektro-magnetischen Wellen erstaunlich viele Ergebnisse erzielt, insbesondere in Anbetracht der kurzen Zeit von drei Unterrichtsstunden.

Eine wesentliche methodische Voraussetzung für den beschriebenen Unterrichtsgang sind moderne, rechnergestützte Systeme zur Messwerterfassung und Messwertauswertung, die heutzutage auch in der Schule ihren festen Platz erobert haben. Die häufig geäußerten prinzipiellen Bedenken gegen den Einsatz dieser Systeme kann ich dabei nicht teilen. Auch in der Fachphysik hat der Rechner inzwischen in vielen Laboratorien traditionelle Messgeräte weitgehend ersetzt, und die Schüler sind aus ihrem Alltag längst an den weitverbreiteten Einsatz der Rechner gewöhnt und haben keinerlei Berührungängste. Der Einsatz solcher Systeme sollte allerdings nicht zum Selbstzweck verkommen und die physikalische Anwendung im Mittelpunkt stehen.

Mit Hilfe des VideoCom-Systems können eindimensionale Bewegungen, etwa auf der Luftkissenbahn, berührungslos und mit minimalem Aufwand aufgezeichnet werden. Das sehr universell einsetzbare CASSY-Interface ermöglicht es alle elektrisch vorliegenden Signale zu erfassen. Die zu diesen Mess-Systemen mitgelieferten Software-Programme sind mittlerweile sehr ausgereift und lassen sich einfach und übersichtlich bedienen. Die Konfiguration für die Messaufgabe ist meist schnell bewerkstelligt und die von den Programmen angebotenen Auswertmöglichkeiten sind vielfältig. Insbesondere können sie auch eine Fourier-Analyse der Messwerte durchführen.

Für die Versuche dieses Unterrichtsgang waren VideoCom und CASSY daher hervorragend geeignet. Die Experimente können schnell und für die Schüler übersichtlich durchgeführt werden, häufigere Wiederholungen und Variationen der Messungen sind ohne Zeitaufwand durchführbar. Die Schüler wurden dabei zwar möglichst viel an der Durchführung der Versuche beteiligt, allerdings kann der Computer immer nur von einem bedient werden.

Nicht vernachlässigen darf man es nach meiner Meinung beim Computereinsatz, immer wieder die Verbindung zwischen den am Computer dargestellten Kurven und dem realen Experiment herzustellen. Da sich die Kurven bei den verschiedensten Experimenten oft sehr ähnlich sehen, besteht sonst die Gefahr, dass ihre physikalische Bedeutung in den Hintergrund tritt. Die Schüler sollen daher immer wieder erklären, was im Experiment eigentlich gemessen wurde, und wie die Kurve am Bildschirm damit zusammenhängt.

Betrachtet man die Einheit im Ganzen, kann man wohl behaupten, dass die angestrebten Lernziele erreicht wurden. Dies zeigen zum einen die Ergebnisse der am Ende geschriebenen Klassenarbeit, zum anderen die Unterrichtsgespräche, insbesondere bei der Auswertung und Diskussion der Experimente.

Die Klassenarbeit wurde von acht der neun Schülern mitgeschrieben, sie erreichten dabei einen Durchschnitt von 8,9 Oberstufenpunkten. (Die Verteilung war recht homogen, im einzelnen wurden 14, 2 x 13, 11, 8, 6, 4 und 2 Punkte erzielt.) Interessanter als das Gesamtergebnis sind aber die Teilergebnisse für einige Aufgaben. Insbesondere die Aufgabe 2a war für mich ein wichtiger Indikator, ob das Prinzip der harmonischen Analyse verstanden wurde. In dieser Aufgabe war das Diagramm einer aufgezeichneten Bewegung und das zugehörige Spektrum gegeben, das Spektrum zeigte drei Peaks. Die Schüler sollten beschreiben, welcher Zusammenhang zwischen der Funktion $s(t)$ und ihrem Spektrum besteht. Die Aufgabe wurde sehr gut bearbeitet, im Schnitt wurden 2,3 von 3 möglichen Rohpunkten erreicht, 6 von 8 Schülern hatten 2,5 oder 3 Punkte.

Beispiele für gelungene Schülerantworten zu dieser Frage sind z. B.: *„Da jede Funktion als eine Summe verschiedener Sinusfunktionen dargestellt werden kann, hat jede Funktion $s(t)$ ein Spektrum, in welchem man erkennen kann, aus welchen Frequenzen die Funktion $s(t)$ besteht und welche Gewichtung die einzelnen Sinusfunktionen in $s(t)$ haben. Hier besteht $s(t)$ aus einer Summe von drei Sinusfunktionen, wobei die Gewichtung der Funktionen mit steigender Frequenz zunimmt.“* oder *„Die Funktion $s(t)$ ist aus drei Sinusfunktionen aufgebaut. Diese drei mit den Frequenzen ($f_1=0,75$, $f_2=1,35$ und $f_3=1,8$ Hz) aufaddiert ergeben die Funktion $s(t)$. $s(t)$ ist keine periodische Schwingung, da die Frequenzen keine Vielfache einer bestimmten Grundfrequenz f_0 sind.“*

Teil b der Aufgabe, in dem die Schüler beschreiben sollten wie das zugehörige Experiment ausgesehen haben könnte, lieferte sogar ein noch besseres Ergebnis. Hier wurden im Schnitt 2,5 von 3 Rohpunkten erzielt, 7 von 8 Schülern hatten mindestens 2,5 Punkte. Auch die Resonanzkurven der Aufgabe 3c wurden von der Mehrheit der Schüler korrekt wiedergegeben. Schwierigkeiten gab es am ehesten bei Aufgaben, in denen etwas zu berechnen war. Dies lag sicherlich zum Teil daran, dass entsprechende Übungsphasen innerhalb des Unterrichts aufgrund des engen Zeitrahmens nur sehr spärlich vorkamen. Besonders vor der pädagogischen Arbeit, bei der Behandlung der Grundlagen der Schwingungen, hätte ich gerne etwas mehr als acht Unterrichtsstunden zur Verfügung gehabt.

5. Literaturverzeichnis

- [1] Bader, F / Dorn, F. (Hrsg.): *Dorn-Bader Physik Oberstufe Band MS*, Schroedel, Hannover 1983
- [2] Bader, F. / Dorn, F. (Hrsg.): *Dorn-Bader Physik Oberstufe Gesamtband 12/13*, Schroedel, Hannover 1986
- [3] *Enzyklopädie Naturwissenschaft und Technik*, Verlag Moderne Industrie, München 1979
- [4] Grehn, J. (Hrsg.): *Metzler Physik*, 2. Auflage, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1992
- [5] Grosche G. / Ziegler, V.: *Bronstein - Semendjajew – Taschenbuch der Mathematik*, 19. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main 1980
- [6] Gross-Berhag: *Schwingungen und Wellen*, 1. Auflage, Ernst Klett Schulbuchverlag, Stuttgart 1986
- [7] Hauptmann, H. / Herrmann, F.: *Überall Spektren - Die harmonische Analyse in der Schule*, DPG-Frühjahrstagung 2001, Fachverband Didaktik der Physik, Lehmanns Fachbuchhandlung, Berlin 2001
- [8] Hauptmann, H.: *Der Karlsruher Physikkurs für die Sekundarstufe II - Unterrichtskonzepte zur Rotationsmechanik, Elektrodynamik, Schwingungslehre und Physik der Sonne*, Dissertation, Karlsruhe 2001
- [9] Hauptmann. H. / Herrmann. F.: *Beschreibung von Schwingungen mit mengenartigen Größen*, DPG-Frühjahrstagung 1998, Fachverband Didaktik der Physik, Lehmanns Fachbuchhandlung, Berlin 1998
- [10] Herrmann, F. (Hrsg.): *Der Karlsruher Physikkurs - Ein Lehrbuch für die Sekundarstufe II, Schwingungen und Wellen*, Teildruck (Kapitel 1–3), Karlsruhe 2001, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe
- [11] Herrmann, F. (Hrsg.): *Der Karlsruher Physikkurs - Ein Lehrbuch für die Sekundarstufe II, Band 1: Elektrodynamik, Schülerband und Unterrichtshilfen*, 3. Auflage, Aulis Verlag Deubner, Köln 2002
- [12] Herrmann, F. / Hauptmann, H.: *Unstimmigkeiten bei der Behandlung von Schwingungen*, Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule, 8/50, 39 (2001)
- [13] *Hilfdateien CASSY-Lab und VideoCom*, Leybold Didactic GmbH
- [14] Jupe, K. / Ludwig, M. (Hrsg.): *Kursthemata Physik: Schwingungen und Wellen / Optik*, Diesterweg, Frankfurt am Main 1996
- [15] Kuhn, W. (Hrsg.): *Physik - Band II, Klasse 11*, Westermann Schulbuchverlag, Braunschweig 1989
- [16] Kuhn, W. (Hrsg.): *Physik - Band II, Klasse 12/13*, Westermann Schulbuchverlag, Braunschweig 1990
- [17] Ministerium für Kultus und Sport Baden-Württemberg, *Bildungsplan für das Gymnasium*, Kultus und Unterricht, Lehrplanheft 4/1994
- [18] Vogel, H.: *Gerthsen Physik*, 18. Auflage, Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1995

6. Anhang

6.1 Die Klassenarbeit

Grundkurs 12 – Physik

Arbeit am 1.7.02

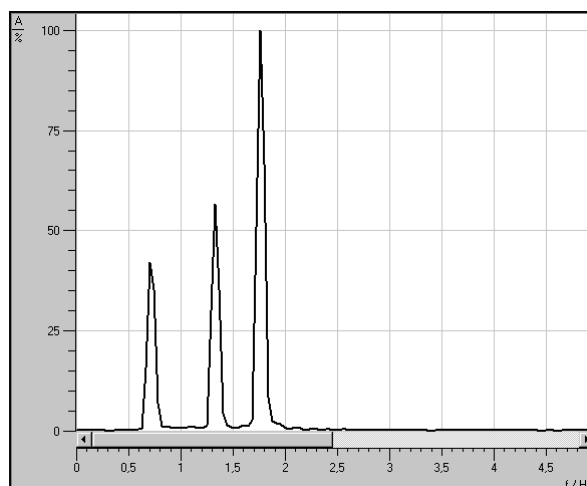
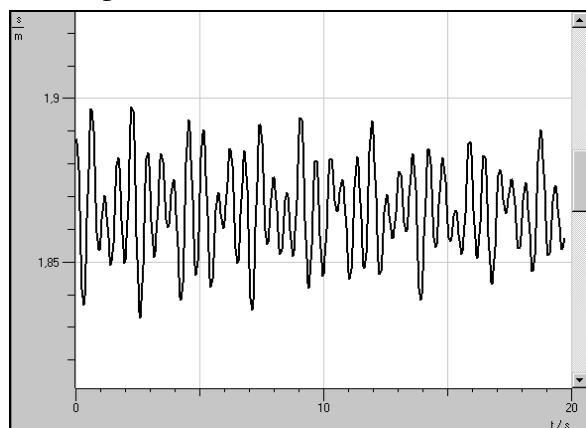
(Friedrich, Hauptmann)

Thema: Schwingungen

- 1) Ein Holzbrett mit der Masse 2 kg ist an den 4 Ecken an 4 Federn aufgehängt. Jede Feder hat die Federkonstante $D_F = 1,5 \text{ N/cm}$. Eine Person, die sich auf das Brett gestellt hat, schwingt in 2 Sekunden auf und ab und bewegt sich dabei zwischen der höchsten und tiefsten Stelle um insgesamt 30 cm.



- a) Wie groß sind die Schwingungsfrequenz f und die Ortsamplitude \hat{x} ?
- b) Wie schwer ist die Person?
- c) Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit und der maximale Impuls der Person?
- d) Skizziere das $x(t)$ -Diagramm für die Bewegung der Person. Nimm dazu an, dass sich die Person zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ in der Mittelposition befindet.
- e) Welche Energie ist im schwingenden System enthalten?
- 2) Bei einem Experiment wurde die Bewegung $s(t)$ eines Körpers gemessen, und das Spektrum dazu bestimmt:



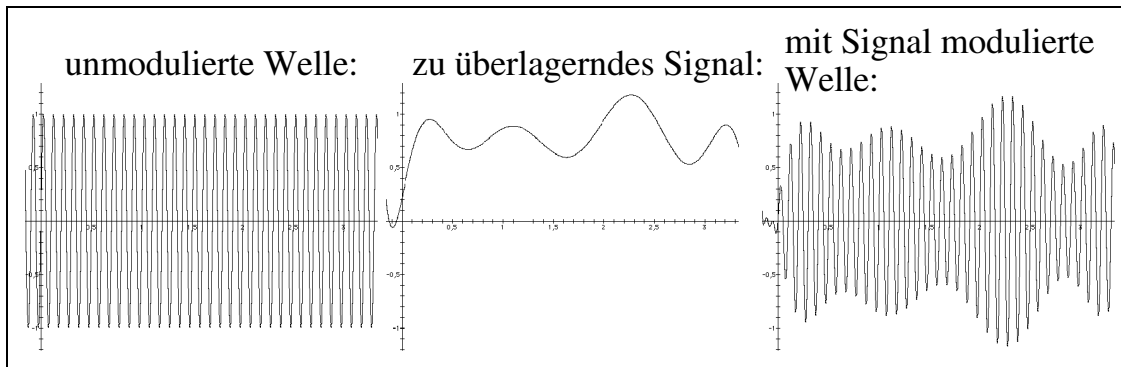
- a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Funktion $s(t)$ und ihrem Spektrum? Welche Aussage kann man mit Hilfe des Spektrums über $s(t)$ machen?
- b) Wie könnte das zugehörige Experiment ausgesehen haben?
- 3) a) Skizziere den Schaltplan eines einfachen Mittelwellenempfängers und beschreibe kurz die Funktion der wesentlichen Teile.
- b) Wenn die Spule die Induktivität $L = 0,5 \text{ mH}$ hat, welche Kapazität muss der Kondensator haben, um „Radio Sonnenschein“ mit der Frequenz 850 kHz zu empfangen?
- c) Skizziere die Resonanzkurve des Empfangsschwingkreises. Wie ändert sich die Kurve, wenn man einen zusätzlichen Widerstand in den Schwingkreis einbaut?

6.2 Übersichtsfolie Detektorradio

Ein einfaches Mittelwellenradio (Detektorradio)

Mittelwellensender: Sendefrequenzen zwischen 530 und 1600 kHz

Amplitudenmodulation: Die Amplitude der ausgesendeten elektro-magnetischen Welle wird im Rhythmus der viel langsameren Musik geändert:



Aufbau:

Antenne (langer Draht) und Erdung:

- Die elektromagnetischen Wellen induzieren kleine Spannungen in der Antenne.
- Das Signal enthält noch alle Sender.

Schwingkreis aus Spule und veränderlichem Kondensator:

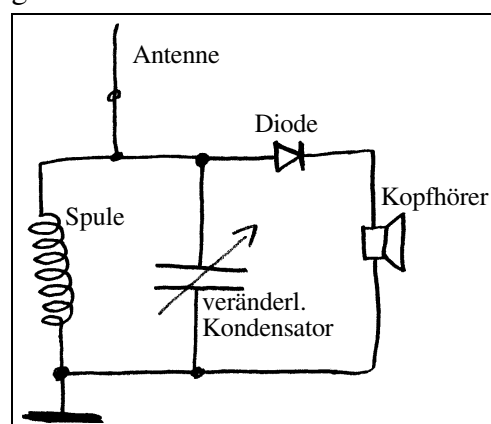
- Wird von Antennensignal zu Schwingungen angeregt, Resonanz bei seiner Eigenfrequenz.
- Dadurch herausfiltern der Frequenz eines Senders, liefert modulierte Schwingung mit Resonanzfrequenz.
- Mit Kondensator einstellen der Empfangsfrequenz.

Kopfhörer / Verstärker mit Lautsprecher:

- Parallel zum Schwingkreis angeschlossen.
- Die träge Kopfhörer-/Lautsprecher-Membran folgt nicht hochfrequenter Schwingung sondern dem Mittelwert der Schwingung (Mittelwert allerdings identisch null).

Diode in Kopfhörerzuleitung:

- Lässt Strom nur in eine Richtung durch, der unter der Zeitachse liegende Teil der Schwingung wird abgeschnitten.
- Mittelwert hat dann gleichen Zeitverlauf wie das aufmodulierte Musiksignal.



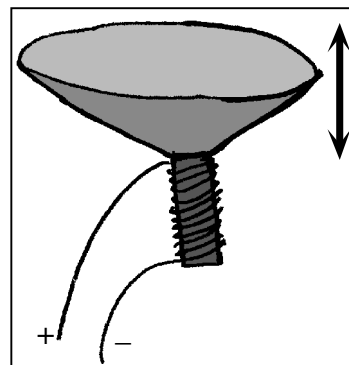
6.3 Akustik / elektromagnetische Wellen (Ergänzung zum Skript)

§8 Akustik

Schall: Druckschwankungen, die sich mit etwa 330 m/s durch die Luft bewegen und vom Ohr wahrgenommen werden können. Wir beginnen etwas zu hören, wenn die Druckschwankungen etwa $2 \cdot 10^{-5}$ Pa betragen. (Das ist der fünfmilliardste Teil des normalen Luftdrucks von 10^5 Pa.).

Schallwellen entstehen, wenn schwingende Gegenstände (z. B. eine Lautsprechermembran) schnelle Verschiebungen der Luft verursachen, die durch die Luft weiterlaufen.

Lautsprecher: Verwandelt elektrische Signale in Schall. Besteht aus einer Membran, die an einer elektrischen Spule befestigt ist. Die Spule sitzt auf einem Permanentmagneten. Schickt man Strom durch die Spule entsteht ein magnetisches Feld und die Spule samt Membran wird vom Magneten abgestoßen oder angezogen. Die Membran verschiebt dabei etwas die Luft und die entstehende Druckänderung pflanzt sich durch die Luft fort.



Versuch 1: Wir schließen einen Lautsprecher an einen Sinusgenerator an und variieren die Frequenz.

Ergebnis: Bei sehr kleinen Frequenzen sieht man die sinusförmige Bewegung der Membran, hört aber keinen Ton. Ab etwa 20-30 Hz fängt man an, einen sehr tiefen Ton zu hören. Der Ton wird umso höher, je weiter man die Frequenz erhöht. Das menschliche Ohr hört Töne mit einer Frequenz bis etwa 20.000 Hz. Das Ohr kann also sehr langsame und sehr schnelle Druckänderungen nicht wahrnehmen. Deshalb hat man z. B. auch keinen Höreindruck, wenn man einen Berg hinaufsteigt, obwohl der Luftdruck mit der Höhe abnimmt, denn die Änderung ist zu langsam.

Mikrofon: Kann die Druckänderungen in elektrische Signale umwandeln. Zeichnet man diese auf, erhält man den zeitlichen Verlauf der Druckänderungen am Ort des Mikrofons.

Versuch 2: Wir zeichnen mit dem Mikrofon verschiedene Geräusche auf und untersuchen das zugehörige Spektrum.

- Ergebnis*:
- Sinustöne (Lautsprecher und Frequenzgenerator): Ein Peak im Spektrum, Höreindruck ist ein reiner Ton.
 - Tonhöhe: steigt mit der Frequenz (doppelte Frequenz gleich eine Oktave höher, „Kammerton a“ 440 Hz).
 - Hörbar: etwa 20 – 20 000 Hz (obere Grenze nimmt mit Alter und Belastung des Ohres ab).
 - Töne (Musikinstrumente oder gesungen): Grundfrequenz und Vielfache (Obertöne). D. h. die Zeitfunktion ist periodisch.
 - Anteile der Obertöne im Spektrum bestimmt Klangfarbe.
 - „Rauschen“: Spektrum ist kontinuierlich, d. h. es enthält alle Frequenzen ungefähr gleich stark.
 - Sonstige Geräusche: alle möglichen, meist sehr unregelmäßige Spektren.

Anwendungen der harmonischen Analyse von Schall z. B.:

- elektronischen Musikerzeugung mit Synthesizern
- Stimmgeräte für Instrumente
- Spracherkennung am Computer
- Optimierung von Musikwiedergabe (digitale Klangeffekte, Konzertsäle,...)
- Verlustbehaftete Kompression von digitalen Musikdaten (MP3, Minidisc, Dolby Digital,...)

§9 Das elektro-magnetische Spektrum

9.1 Elektro-magnetische Wellen

Aus der Elektrodynamik: Durch die Änderung der Feldstärke eines *magnetischen* Feldes wird in dessen Umgebung ein *elektrisches* Feld erzeugt. Das elektrische Feld umschlingt das sich ändernde magnetische Feld. Ist die zeitliche Änderung des magnetischen Feldes gleichmäßig, so ist die Feldstärke des entstehenden elektrischen Feldes zeitlich konstant.

Dasselbe gilt umgekehrt, d. h. wenn man *magnetisch* und *elektrisch* vertauscht.

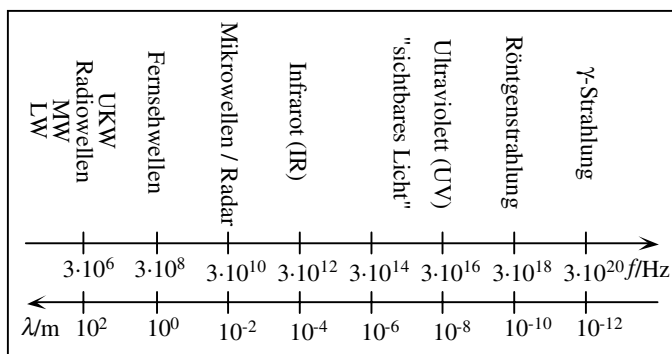
Entstehung: Ändert sich die magnetische Feldstärke nicht linear mit der Zeit, so entsteht ein elektrisches Feld, dessen Feldstärke sich zeitlich ändert. In der Umgebung des sich zeitlich ändernden elektrischen Feldes wird wieder ein magnetisches Feld erzeugt, usw.

Elektrische und magnetische Felder bewegen sich durch den Raum, indem das eine, wenn es vergeht, das andere erzeugt.

- Eigenschaften:*
- In jedem Punkt einer elektromagn. Welle stehen Laufrichtung, elektrische Feldstärke und magnetische Feldstärke senkrecht aufeinander. Dreifingerregel der rechten Hand: Daumen \leftrightarrow elektr. Feldstärke, Zeigefinger \leftrightarrow magn. Feldstärke, Mittelfinger \leftrightarrow Laufrichtung.
 - Die Laufgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen ist die Lichtgeschwindigkeit c ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s = 300 000 km/s).

Man kann *sinusförmige elektro-magnetische Wellen* mit ganz unterschiedlichen Wellenlängen λ erzeugen. Betrachtet man das Vorbeilaufen einer solchen Welle an einem festen Ort, so ist der zeitliche Verlauf der Feldstärke ebenfalls sinusförmig. Da die Welle sich in der Zeit T gerade um λ vorwärts bewegt, gilt $c = \lambda/T = \lambda \cdot f$. D. h. eine Sinuswelle mit der Wellenlänge λ hat die Frequenz $f = c/\lambda$.

Im allgemeinen ist der zeitliche Verlauf der Feldstärken an einem Ort nicht harmonisch. Durch die harmonische Analyse kann man das Signal aber in eine Summe harmonischer Wellen zerlegen und erhält das *elektromagnetische Spektrum*. Die Abbildung zeigt, wofür man elektromagnetische Wellen mit bestimmten Frequenzbereichen technisch verwendet, bzw. wo man sie beobachten kann.



9.2 Sichtbares Licht

Das sichtbare Licht hat Frequenzen zwischen $3,75 \cdot 10^{14}$ Hz (rot) und $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz (blau). Das entspricht Wellenlängen zwischen 800 und 400 nm.

Prismen und optische Gitter zerlegen das Licht in harmonische Wellen, indem sie die verschiedenen Anteile verschieden stark zur Seite ablenken. Wird weißes Licht durch ein Prisma geschickt, erhält man deshalb ein kontinuierliches Spektrum von rot bis blau.

Stoffe können nur Licht mit bestimmten Frequenzen oder aus bestimmten Frequenzbereichen absorbieren und aussenden. Durch Analyse des Spektrums kann man daher Materialien identifizieren (Spektralanalyse).

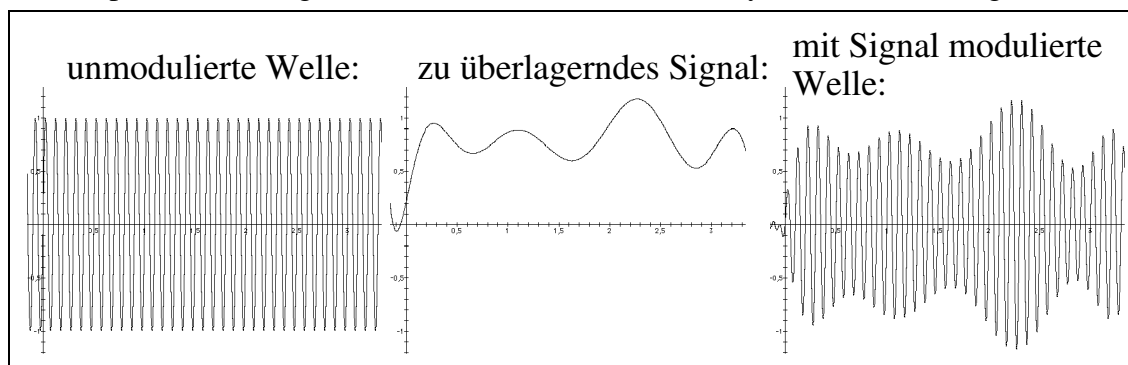
Versuch: Wir betrachten das von Gasentladungslampen ausgesandte Licht durch Prismen oder Gitter.

Ergebnis: Durch Vergleich mit Spektraltafeln können wir das in der Lampe verwendete Gas identifizieren, z. B. Sauerstoff (O_2), Wasserstoff (H_2), Neon, Argon, Quecksilber usw.

9.3. Rundfunk

Für Radio und Fernsehen werden elektro-magnetische Wellen aus einem großen Frequenzbereich verwendet: 100 kHz bis 100 MHz. Die Sender strahlen elektro-magnetische Wellen mit ihrer Sendefrequenz aus. Diese müssen vom Empfänger wieder aus dem allgemeinen Durcheinander an elektro-magnetischen Wellen herausgefiltert werden

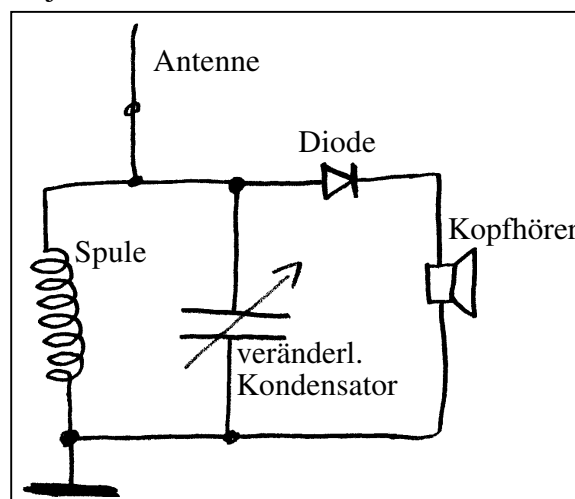
Bau eines einfachen Mittelwellenradios: Mittelwellensender haben Sendefrequenzen zwischen 530 und 1600 kHz. Zur Übertragung der Sprache und Musik verwenden sie die sogenannte „Amplitudenmodulation“. Dabei wird der elektro-magnetischen Welle, die der Radiosender mit seiner Sendefrequenz losschickt, das viel langsamere akustische Signal überlagert. Die Amplitude der ausgesendeten Welle wird dazu im Rhythmus der Musik geändert:



Um die Frequenz eines Senders herauszufiltern, verwenden wir einen Schwingkreis mit einem veränderbaren Kondensator. Auf der einen Seite der Spule schließen wir einen langen Draht als Antenne an, die andere Seite erden wir. Durch die elektro-magnetischen Wellen werden in der Antenne kleine Spannungen induziert, die den Schwingkreis zu Schwingungen anregen. Da das von der Antenne eingefangene Signal alle möglichen Frequenzen enthält, wird der Schwingkreis gleichzeitig mit all diesen Frequenzen angeregt. Besonders stark schwingt er aber nur mit seiner Eigen- bzw. Resonanzfrequenz. So filtert der Schwingkreis aus dem Antennensignal ein harmonisches Signal mit seiner Resonanzfrequenz. Diese Schwingung ist entsprechend dem Antennensignal moduliert. Durch Verändern der Kapazität des Kondensators kann man die Resonanzfrequenz einstellen und den passenden Sender auswählen.

Wie kann man das Signal hörbar machen? Man schließt einen empfindlichen Kopfhörer parallel zum Kondensator an. Die Membran des Kopfhörers ist zu träge, um den schnellen Änderungen der Trägerfrequenz zu folgen und folgt deshalb dem Mittelwert dieser Schwingung. Da die modulierte Trägerschwingung symmetrisch ist, ist dieser Mittelwert aber null. Wir bauen deshalb zusätzlich eine Diode in die Zuleitung zum Kopfhörer ein. Dieses Bauteil lässt den Strom nur in eine Richtung durch. Der unterhalb der Zeitachse liegende Teil der Trägerschwingung wird abgeschnitten. Der Mittelwert hat jetzt denselben Zeitverlauf wie das aufmodulierte Signal und wir hören im Kopfhörer das Radioprogramm. Das Bild zeigt den Schaltplan des vollständigen Radios.

Der Ton im Kopfhörer ist allerdings sehr leise. Dies ist kein Wunder, denn unser Radio hat keine Energieversorgung; es arbeitet nur mit der Energie, die die elektro-magnetische Welle mitbringt. Damit alle die Musik hören, können wir das Kopfhörersignal an den Eingang eines gewöhnlichen Musikverstärkers anschließen. Dieser verstärkt das Signal und gibt es auf die Lautsprecher.



Danksagung:

- Meinem Fachleiter, Herrn StD Dieter Prestenbach, danke ich für seine Unterstützung des Themas.
- Herrn OStR Thomas Friedrich vom Walahfrid-Strabo-Gymnasium möchte ich für seine Bereitwilligkeit danken, mir seinen Grundkurs Physik für die Zeit der pädagogischen Arbeit zu überlassen.
- Herrn Prof. Friedrich Herrmann von der Abteilung für Didaktik der Physik der Universität Karlsruhe danke ich für die Bereitstellung der Vorabdrucke des Oberstufenbandes „Schwingungen und Wellen“ des Karlsruher Physikkurses, sowie für das Ausleihen des VideoCom-Systems und der Luftkissenbahn aus den Beständen des physikalisch-didaktischen Praktikums.